

**«ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΦΥΣΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΖΩΗΣ»
ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ
ΑΠΟ ΤΟ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ Δ. ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

**ΣΤ' Τάξη Δημοτικού
Λύσεις Θεμάτων: 2006-2015**

**Δημήτριος Σπαθάρας
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών**

www.pe03.gr

Δημήτριος Σπαθάρας
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
Φθιώτιδας και Ευρυτανίας
www.pe03.gr

Λύσεις στα προβλήματα για τη ΣΤ΄ Τάξη

2006

1° πρόβλημα: Ξεκινώντας από το ορθογώνιο με τα λουλούδια, αφού έχει εμβαδόν 10 τ.μ. και πλευρά 2 μ, σημαίνει ότι η άλλη του πλευρά είναι 5 μ. Περνάμε στο ορθογώνιο με τις ελιές, όπου η μια πλευρά του είναι 2 μ ($5-3=2$). Το εμβαδόν του ορθογώνιου κήπου είναι 30 τ.μ. Γνωρίζουμε ότι η μια πλευρά του είναι 5 μ. και ένα μέρος της άλλης είναι 2 μ. Θα πρέπει για να πάρουμε συνολικό εμβαδόν 30 τ.μ. το μήκος της πλευράς που δεν γνωρίζουμε να είναι 4 μ., έτσι ώστε η συνολική πλευρά να είναι $2 + 4 = 6$. Ο πολλαπλασιασμός $5 \times 6 = 30$ τ.μ. Ξέρουμε ότι στο ορθογώνιο με τα λαχανικά η μια πλευρά είναι 2 μ. και η άλλη 4 μ. Άρα το εμβαδόν είναι $2 \times 4 = 8$ τ.μ.

2° πρόβλημα: Οι αριθμοί είναι 41, 63 και 41. Για να τους βρούμε προσθέτουμε τους 3 αριθμούς που βρίσκονται στο άνω μέρος του αστερίσκου και σχηματίζουν τρίγωνο.

3° πρόβλημα: Το μπλε και το κίτρινο έχουν ζυγό αριθμό δηλ. βρίσκονται στις θέσεις 2 και 4. Το κόκκινο γειτονεύει με το μπλε, αλλά όχι με το κίτρινο άρα βρίσκεται είτε στην θέση 1 είτε στην θέση 5. Το μπλε γειτονεύει με το πράσινο και το κόκκινο, τότε σημαίνει ότι το μπλε είναι στη θέση 2, το κόκκινο στη θέση 1 και το πράσινο στη θέση 3.
Άρα το σπίτι με αριθμό 3 έχει χρώμα πράσινο.

4° πρόβλημα: Ο 1^{ος} έκανε 8 χειραψίες(με τους υπόλοιπους 8)

Ο 2^{ος} έκανε 7 χειραψίες(αφού είχε ήδη κάνει με τον πρώτο)

Ο 3^{ος} έκανε 6 χειραψίες

Ο 4^{ος} έκανε 5 χειραψίες

Ο 5^{ος} έκανε 4 χειραψίες

Ο 6^{ος} έκανε 3 χειραψίες

Ο 7^{ος} έκανε 2 χειραψίες

Ο 8^{ος} έκανε 1 χειραψία

Ο 9^{ος} έκανε 0 χειραψίες

Αθροίζοντας $0+1+2+3+4+5+6+7+8 = 36$ χειραψίες

Γενικεύοντας την διαδικασία, όπως φαίνεται και παραπάνω τα 50

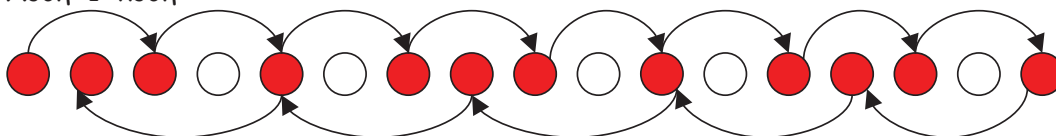
άτομα θα κάνουν $1+2+3+\dots +48+49 = 1225$ χειραψίες

1. Τα δέντρα



Σε ένα μονοπάτι υπάρχουν κατά μήκος 17 δέντρα που οδηγούν από το σπίτι του Βασίλη στο σπίτι της γιαγιάς του. Ο Βασίλης σημειώνει ορισμένα δέντρα με κόκκινη μπογιά. Από το σπίτι προς τη γιαγιά του, σημειώνει ένα δέντρο ανά δύο ξεκινώντας από το πρώτο. Κατά την επιστροφή, από τη γιαγιά προς το σπίτι, σημειώνει με κόκκινη μπογιά ένα δέντρο ανά τρία, ξεκινώντας από το πρώτο που συναντά. Όταν φτάνει στο σπίτι του, ορισμένα δέντρα έχουν ένα ή δύο σημάδια κόκκινης μπογιάς. Πόσα δέντρα απομένουν χωρίς σημάδια κόκκινης μπογιάς;

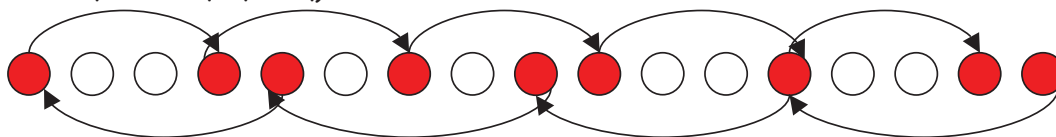
Λύση: 1^η λύση



Απάντηση: 5 δέντρα

2^η λύση

(κάποιοι μαθητές ερμήνευσαν το «βάφει ανά δύο» ως βάφει ένα, αφήνει δύο, βάφει ένα κτλ. Θεωρούμε σωστή και αυτή τη λύση)



Απάντηση: 8 δέντρα

2. Το χρηματοκιβώτιο του Σκρούτζ



Το χρηματοκιβώτιο του σκρούτζ περιέχει τρία κουτιά. Το κάθε κουτί περιέχει τρία μικρότερα κουτάκια και κάθε μικρότερο έχει μέσα 10 χρυσά νομίσματα. Το χρηματοκιβώτιο, τα κουτιά και τα μικρότερα κουτάκια είναι κλειδωμένα με μια κλειδαριά ασφαλείας το καθένα. Πόσες κλειδαριές ασφαλείας πρέπει να ανοίξει για να πάρει 50 χρυσά νομίσματα;

Λύση:

1 κλειδαριά του χρηματοκιβωτίου, δύο των κουτιών και πέντε των μικρότερων κουτιών τουλάχιστον.

$$1+2+5=8$$

Απάντηση: 8 κλειδαριές

3. Διαγωνισμός μπάσκετ

Τα παιδιά της ΣΤ τάξης έκαναν διαγωνισμό στις βολές. Τοποθετήστε τα παιδιά στη σειρά, ανάλογα με το ποιος έχει το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας στις βολές.

Ο Νίκος έριξε 20 βολές και πέτυχε τις 18.

Η Μαρίνα έριξε 35 βολές και πέτυχε τις 27.

Ο Παντελής έριξε 30 βολές και πέτυχε τις 25.

Η Ελένη έριξε 10 βολές και πέτυχε τις 10.



Λύση:

Ο Νίκος: $18/20$ βολές, ποσοστό επιτυχίας 90%

Η Μαρίνα: $27/35$ βολές, ποσοστό επιτυχίας περίπου 77%

Ο Παντελής: $25/30$ βολές, ποσοστό επιτυχίας περίπου 83%

Η Ελένη: $10/10$ βολές, ποσοστό επιτυχίας 100%

Απάντηση:...1^η Ελένη, 2^{ος} Νίκος, 3^{ος} Παντελής, 4^η Μαρίνα

4. Μπάγκς Μπάνου και Έλμερ Φάντ

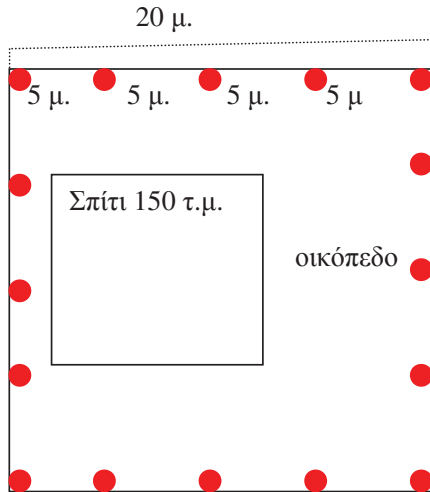


Ο Έλμερ Φάντ κατοικεί σε ένα ισόγειο σπίτι 150 τ.μ. που βρίσκεται μέσα σε οικόπεδο σχήματος τετραγώνου. Θέλει να φυτέψει λαχανικά στο οικόπεδο και για να το ασφαλίσει από τον Μπαγκς Μπάνου το περιέφραξε με συρματόπλεγμα ύψους 2 μ. χρησιμοποιώντας 16 πασσάλους που τους τοποθέτησε γύρω από το οικόπεδο σε απόσταση 5 μ. τον έναν από τον άλλον. Αν οι διάδρομοι που θα αφήσει μεταξύ των παρτεριών του



λαχανόκηπου θα καταλαμβάνουν το 20% του ελεύθερου χώρου του οικοπέδου πόση έκταση θα έχουν όλα τα παρτέρια μαζί;

Λύση:



Ξέρουμε ότι το οικόπεδο έχει σχήμα τετράγωνο. Τοποθετούμε έναν πάσσαλο σε κάθε γωνία και τους δώδεκα που περισσεύουν τους μοιράζουμε στις 4 πλευρές (3 σε κάθε πλευρά). Αφού ο κάθε πάσσαλος απέχει από τον άλλο 5 μέτρα, το οικόπεδο έχει πλευρά 20 μέτρα και εμβαδό $20 \times 20 = 400$ τ.μ.

Αφαιρούμε το εμβαδό το σπιτιού για να βρούμε τον ελεύθερο χώρο: $400 - 150 = 250$ τ.μ.

Αφού το 20% είναι διάδρομοι, τότε 50 τ.μ είναι οι διάδρομοι και το υπόλοιπο 80% δηλαδή 200 τ.μ. είναι τα παρτέρια με τα λαχανικά

Απάντηση: 200 τ.μ

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: ΣΤ

Όνομα: _____

Επώνυμο: _____

Σχολείο: _____

1. Ταξίδι στην πρωτεύουσα



Ένα λεωφορείο του ΚΤΕΛ Φλώρινας ταξίδεψε για Αθήνα με μέση ταχύτητα κίνησης 80 χιλιόμετρα την ώρα. Κάθε περίπου 2,5 ώρες έκανε ακριβώς 20 λεπτά στάση για να ξεκουραστεί ο οδηγός και οι επιβάτες. Η απόσταση απ' το ΚΤΕΛ Φλώρινας μέχρι το Σταθμό Υπεραστικών Λεωφορείων της Αθήνας είναι 584 χιλιόμετρα και

το ταξίδι του ξεκίνησε στις 8:30 το πρωί. Πότε έφτασε στον προορισμό του;

Λύση: (άλλος τρόπος λύσης στο τέλος)

Για να καλύψει τα 584 χλμ. με μέση ταχύτητα κίνησης 80 χλμ. την ώρα χρειάστηκε:

$$\begin{array}{r|l} 584 & 80 \\ 240 & 7,3 \text{ ώρες ή } 7 \text{ ώρες και } 18 \text{ λεπτά (αφού } 0,3 \text{ της ώρας είναι } 0,3 \times 60 = 18 \text{ λεπτά)} \\ 0 & \end{array}$$

Έτσι έκανε δύο στάσεις ίσου υροσθέσανε στη διάρκεια του ταξιδιού $2 \times 20 = 40$ λεπτά.

Ειδομένως το ταξίδι τελείωσε στις:	8 ώρες	30 λεπτά		
	+ 7 ώρες	18 λεπτά		
	0 ώρες	40 λεπτά		
	<hr/>			
	15 ώρες	88 λεπτά	ή	16 ώρες 28 λεπτά

Απάντηση: Το λεωφορείο έφτασε στον προορισμό του στις 4:28 το απόγευμα.



2.Καναρίνια και κλουβιά

Ο Θανάσης έχει καναρίνια και κλουβιά. Λέει: «Αν βάλω ένα καναρίνι σε κάθε κλουβί, μου περισσεύει ένα καναρίνι. Αν βάλω δύο καναρίνια σε κάθε κλουβί, μου περισσεύει ένα κλουβί». Πόσα καναρίνια και πόσα κλουβιά έχει;

Λύση: (άλλα τρόποι λύσης στο τέλος)

Αφού τα καναρίνια κοιδοδεύονται ανά δύο σε κλουβιά, το πλήθος τους είναι μγός αριθμός. Επειδή με αυτή την κοιδοδέτηση υπερβείνει ένα κλουβί, τα κλουβιά είναι ένα παραπάνω από τα μισά καναρίνια. Όμως από την κοιδοδέτηση ανά ένα βλέπουμε ότι όλα τα καναρίνια είναι ένα παραπάνω από τα κλουβιά. Άρα όλα τα καναρίνια είναι δύο παραπάνω από τα μισά καναρίνια. Δηλαδή τα μισά καναρίνια είναι 2, όλα τα καναρίνια είναι 4 και τα κλουβιά είναι 3.

Απάντηση: Ο Θανάσης έχει 4 καναρίνια και 3 κλουβιά.

3.Στο αρτοποιείο



Η Βούλα αγόρασε από το αρτοποιείο 12 κουλούρια και μια μηλόπιτα και πλήρωσε 14,6 €. Ο Μπάμπης αγόρασε 6 κουλούρια και 2 μηλόπιτες και πλήρωσε 14,8 €. Πόσο θα πληρώσεις για να πάρεις 1 κουλούρι και μια μηλόπιτα;

Λύση: (άλλα τρόποι λύσης στο τέλος)

$$6 \kappa. + 2 \mu. \rightarrow 14,8 \text{ €}, \quad \text{επομένως:} \quad 12 \kappa. + 4 \mu. \rightarrow 2 \times 14,8 = 29,6 \text{ €}$$

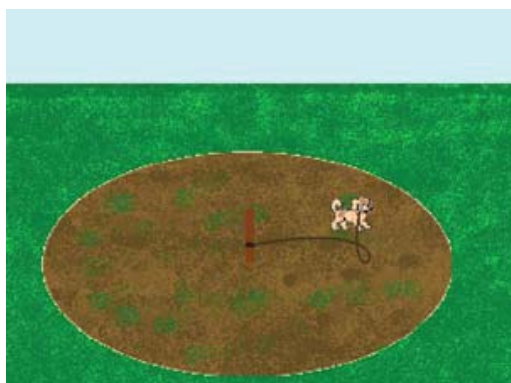
$$12 \kappa. + 1 \mu. \rightarrow 14,6 \text{ €}, \quad \text{άρα:} \quad 3 \mu. \rightarrow 29,6 - 14,6 = 15 \text{ €} \quad \text{ή} \quad 1 \mu. \rightarrow 15 : 3 = 5 \text{ €}$$

$$\text{Άρα:} \quad 6 \kappa. \rightarrow 14,8 - 2 \times 5 = 14,8 - 10 = 4,8 \text{ €} \quad \text{και} \quad 1 \kappa. \rightarrow 4,8 : 6 = 0,8 \text{ €}$$

$$\text{Δηλαδή:} \quad 1 \kappa. + 1 \mu. \rightarrow 5 + 0,8 = 5,8 \text{ €}$$

Απάντηση: Για ένα κουλούρι και μια μηλόπιτα θα πληρώσω 5 € και 80 λεπτά.

4.Ο άτακτος σκύλος



Ο Κώστας έδεσε τον σκύλο του τον Τρικ σε ένα στύλο στον κήπο του Θείου του με ένα σκοινί 10 μέτρα. Ο Τρικ, ζωηρός καθώς ήταν, κατάστρεψε το γκαζόν σε όλη την περιοχή που μπορούσε να πάει. Ο Κώστας για να μη θυμώσει ο Θείος του αποφάσισε να ξαναφυτέψει το γκαζόν στην περιοχή που είχε καταστρέψει ο σκύλος. Πήγε στο ανθοπωλείο και

βρήκε σπόρο σε σακουλάκια που κόστιζαν 2,80 € το ένα και το περιεχόμενό τους έφτανε για να φυτέψει επιφάνεια 20 τετραγωνικών μέτρων. Πόσο θα πληρώσει για το σπόρο;

Λύση:

Ο Τρικ χάλασε το γκαζόν σε κυκλική περιοχή ακτίνας 10 μέτρων. Επομένως ο Κώστας ιδρύει να φυτέψει γκαζόν σε επιφάνεια: $3,14 \times 10 \times 10 = 314$ τετραγωνικών μέτρων,

και θα χρειαστεί:

$$\begin{array}{r|l} 314 & 20 \\ 114 & 15,7 \text{ σακουλάκια σπόρο} \\ 140 & \end{array}$$

Επομένως θα αγοράσει 16 σακουλάκια σπόρο και θα ιδηρώσει:

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2,8 \\ \hline 128 \\ 32 \\ \hline 44,8 \text{ €} \end{array}$$

Απάντηση: Για το σπόρο θα ιδηρώσει 44 € και 80 λεπτά.

1.Ταξίδι στην ιδρωκείουσα (άλλος τρόπος λύσης)

Ειδειδή τα σημεία στάσης είναι καθορισμένα (συγκεκριμένα μαγαζιά στην ιδωρεία του λεωφορείου) το «ιδερίδιου» ιδου αναφέρεται στην εκφώνηση εξαρτάται από την ακριβή δέση του κάθε σημείου και δεν ιδηρεάγει τη διάρκεια του ταξιδιού (ιδου εξαρτάται μόνο από τη μέση ταχύτητα κίνησης του λεωφορείου). Έτσι μπορούμε να λύσουμε το ιδρόβλημα αν να μας έλεγε ότι

το λεωφορείο κινείται με σταθερή ταχύτητα 80 χλμ. την ώρα και έκανε στάσεις ακριβώς κάθε 2,5 ώρες. Άρα έχουμε:

Το λεωφορείο ξεκίνησε στις 8:30 και 2,5 ώρες μετά, δηλαδή στις 11:00, είχε διανύσει $2,5 \times 80 = 200$ χλμ. και σταμάτησε για 20 λεπτά.

Στις 11:20 ξεκίνησε πάλι και στις 13:50 (2,5 ώρες μετά) είχε διανύσει άλλα 200 χλμ.

Αφού έκανε στάση για 20 λεπτά, στις 14:10 ξεκίνησε για το τρίτο μέρος του ταξιδιού έχοντας διανύσει συνολικά 400 χλμ.

Ειδικότερα του απομένουν 184 χλμ. (ηρότερα από 200 χλμ.) δηλαδή αυτό ήταν το τελευταίο μέρος του ταξιδιού (δεν έκανε άλλη στάση).

Για το τρίτο και τελευταίο μέρος χρειάστηκε $184 : 80 = 2,3$ ώρες ή 2 ώρες και 18 λεπτά.

Άρα έφτασε στον προορισμό του στις 16:28 (4:28 το απόγευμα).

2.Καναρίνια και κλουβιά (άλλοι τρόποι λύσης)

A. Έχοντας τοποθετήσει τα καναρίνια στα κλουβιά ανά ένα, ιδεργάμε στη δεύτερη τοποθέτηση (τα καναρίνια στα κλουβιά ανά δύο) τοποθετώντας αρχικά το καναρίνι του ιδεργασείει στο ιδρώτο κλουβί. Στη συνέχεια μεταφέρουμε το καναρίνι από το τελευταίο κλουβί στο δεύτερο. Έτσι έχουμε δύο κλουβιά με δύο καναρίνια και ένα κλουβί άδειο.

Αν ιδάρχουμε και άλλα κλουβιά με ένα καναρίνι για να τοποθετηθούν όλα τα καναρίνια ανά δύο θα αδειάσουν και άλλα κλουβιά δηλαδή δεν θα ιδεργασείει ένα κλουβί αλλά ιδεργασότερα.

Άρα ο Θανάσης έχει 4 καναρίνια και 3 κλουβιά.

B. Αφού τα καναρίνια τοποθετούνται ανά δύο σε κλουβιά, το ιδήθος τους είναι μγός αριθμός και ειδικά όταν τοποθετηθούν ανά ένα στα κλουβιά ιδεργασείει ένα καναρίνι τα κλουβιά είναι ένα ηρότερο από τα καναρίνια. Δηλαδή μωρεί να έχει 2 καναρίνια και 1 κλουβί ή 4 καναρίνια και 3 κλουβιά ή 6 καναρίνια και 5 κλουβιά ή 8 καναρίνια και 7 κλουβιά κ.τ.λ.

Θα ελέγξουμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς για να βρούμε ιδπος από αυτούς ταμρίμε με την τοποθέτηση των καναριμίν ανά δύο.

Καναρίνια	Κλουβιά	Τοποθέτηση ανά δύο	Περγασείει κλουβιά	Αποτέλεσμα
2	1	□□	0	×
4	3	□□ □□ □	1	✓
6	5	□□ □□ □□ □ □	2	×
8	7	□□ □□ □□ □□ □ □ □	3	×

Παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύνει ο αριθμός των καναριμίν τόσο μεγαλύνει και το ιδήθος των κλουβιών του ιδεργασείει. Άρα ο Θανάσης έχει 4 καναρίνια και 3 κλουβιά.

3. Στο αρτοποιείο (άλλα προϊόντα λύσης)

Α. $6 κ. + 2 μ. \rightarrow 14,8 €$ και $12 κ. + 1 μ. \rightarrow 14,6 €$,
άρα: $18 κ. + 3 μ. \rightarrow 14,8 + 14,6 = 29,4 €$ και $6 κ. + 3 μ. \rightarrow 29,4 : 3 = 9,8 €$,
εισαμένως: $1 μ. \rightarrow 14,8 - 9,8 = 5 €$.
Έτσι: $6 κ. \rightarrow 14,8 - 2 \times 5 = 14,8 - 10 = 4,8 €$ και $1 κ. \rightarrow 4,8 : 6 = 0,8 €$
Δηλαδή: $1 κ. + 1 μ. \rightarrow 5 + 0,8 = 5,8 €$

Β. $12 κ. + 1 μ. \rightarrow 14,6 €$, δηλαδή $24 κ. + 2 μ. \rightarrow 2 \times 14,6 = 29,2 €$
άρα: $18 κ. \rightarrow 29,2 - 14,8 = 14,4 €$ και $1 κ. \rightarrow 14,4 : 18 = 0,8 €$,
εισαμένως: $1 μ. \rightarrow 14,6 - 12 \times 0,8 = 14,6 - 9,6 = 5 €$.
Δηλαδή: $1 κ. + 1 μ. \rightarrow 5 + 0,8 = 5,8 €$

Γ. $6 κ. + 2 μ. \rightarrow 14,8 €$, δηλαδή $3 κ. + 1 μ. \rightarrow 7,4 €$.
 $12 κ. + 1 μ. \rightarrow 14,6 €$, εισαμένως $9 κ. \rightarrow 14,6 - 7,4 = 7,2 €$,
ή $1 κ. \rightarrow 7,2 : 9 = 0,8 €$, άρα $1 μ. \rightarrow 7,4 - 3 \times 0,8 = 7,4 - 2,4 = 5 €$.
Δηλαδή: $1 κ. + 1 μ. \rightarrow 5 + 0,8 = 5,8 €$

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής Τάξη: ΣΤ΄

Όνοματεπώνυμο:

Σχολείο:

Η εκτύπωση



Η Άννα εκτύπωσε 135 σελίδες στον εκτυπωτή της. Πόσα ψηφία τύπωσε ο εκτυπωτής για την αρίθμηση των σελίδων από το 1 ως το 135;

Λύση:

Από το 1 ως το 135 υπάρχουν 9 μονοψήφιοι αριθμοί (1-9), 90 διψήφιοι (10-99) και $135 - 99 = 36$ τριψήφιοι (100-135).

Επομένως, συνολικά χρειάζονται:

$$9 + 2 \times 90 + 3 \times 36 = 9 + 180 + 108 = 297 \text{ ψηφία.}$$

Απάντηση: Ο εκτυπωτής τύπωσε 297 ψηφία για την αρίθμηση των 135 σελίδων.

Φωτογραφίες



Ο Παντελής πήγε εκδρομή με το σχολείο και έβγαλε φωτογραφίες. Θέλει να τις τοποθετήσει σε ένα άλμπουμ. Διαπίστωσε ότι αν βάλει δύο φωτογραφίες σε κάθε σελίδα, περισσεύουν 16 φωτογραφίες ενώ αν βάλει τρεις φωτογραφίες σε κάθε σελίδα, έχει χώρο για δέκα φωτογραφίες ακόμη. Πόσες φωτογραφίες έβγαλε και πόσες σελίδες έχει το άλμπουμ;

Λύση:

Βάζοντας 2 φωτογραφίες σε κάθε σελίδα περισσεύουν 16 φωτογραφίες.

Αυτές τις τοποθετεί μία-μία στις 16 πρώτες σελίδες.

Έτσι έχει στο άλμπουμ 16 σελίδες με 3 φωτογραφίες και κάποιες σελίδες με 2.

Με αυτό τον τρόπο οι 10 φωτογραφίες που θα μπορούσε να βάλει ακόμη στο άλμπουμ θα έπρεπε να τοποθετηθούν από μια σε κάθε σελίδα.

Άρα οι σελίδες με δύο φωτογραφίες είναι 10.

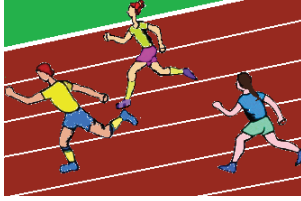
Δηλαδή το άλμπουμ έχει: $16 + 10 = 26$ σελίδες

και οι φωτογραφίες είναι:

$$3 \times 16 + 2 \times 10 = 48 + 20 = 68.$$

Απάντηση: Έβγαλε 68 φωτογραφίες και το άλμπουμ έχει 26 σελίδες.

Στο στίβο



Η Βάσω, η Πηνελόπη και ο Μανώλης πήγαν στο γήπεδο για να τρέξουν. Τρέχοντας με σταθερές ταχύτητες, σε ένα λεπτό ο Μανώλης καλύπτει το $\frac{1}{3}$ του στίβου, η Βάσω το $\frac{1}{5}$ και η Πηνελόπη το $\frac{1}{6}$. Αν ξεκινήσουν να τρέχουν την ίδια στιγμή πόσους γύρους θα έχουν κάνει μέχρι να συναντηθούν ξανά όλοι μαζί στο σημείο από όπου ξεκίνησαν;

Λύση:

Ο Μανώλης σε ένα λεπτό καλύπτει το $\frac{1}{3}$ του στίβου, άρα για να καλύψει ολόκληρο το στίβο χρειάζεται 3 λεπτά.

Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε ότι η Βάσω χρειάζεται 5 λεπτά για να καλύψει ολόκληρο το στίβο και η Πηνελόπη 6 λεπτά.

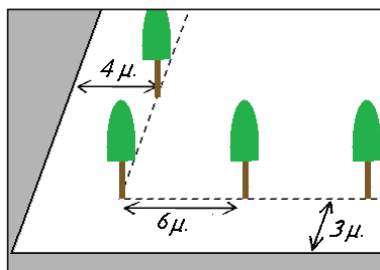
Ο Μανώλης θα περνά από το σημείο από όπου ξεκίνησαν στα πολλαπλάσια του 3, η Βάσω στα πολλαπλάσια του 5 και η Πηνελόπη στα πολλαπλάσια του 6.

Επομένως θα συναντηθούν ξανά όλοι μαζί σ' αυτό το σημείο σε τόσα λεπτά όσο είναι το Ε.Κ.Τ. των 3, 5, 6. Δηλαδή σε 30 λεπτά.

Τότε ο Μανώλης θα έχει κάνει $30 : 3 = 10$ γύρους, η Βάσω $30 : 5 = 6$ γύρους και η Πηνελόπη $30 : 6 = 5$ γύρους.

Απάντηση: Ο Μανώλης θα έχει κάνει 10 γύρους, η Βάσω 6 και η Πηνελόπη 5 γύρους.

Η πλατεία



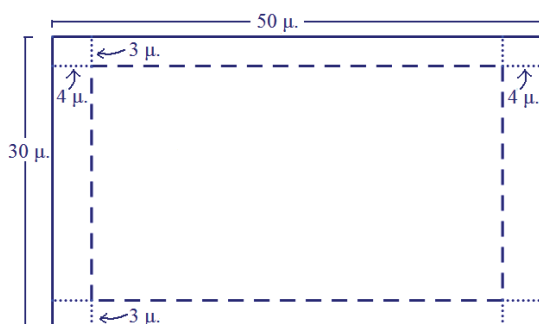
Μια ορθογώνια πλατεία έχει εμβαδόν 1.500 τετραγωνικά μέτρα και αναλογία διαστάσεων (πλάτος προς μήκος) 3 προς 5. Το Δημοτικό Συμβούλιο αποφάσισε για την ανάπλασή της να φυτευτούν γύρω - γύρω λεύκες σε

απόσταση 6 μέτρων η μια από την άλλη. Οι λεύκες που θα τοποθετηθούν κατά το μήκος της πλατείας θα απέχουν από την άκρη της 3 μέτρα ενώ αυτές που θα τοποθετηθούν κατά το πλάτος θα απέχουν από την άκρη 4 μέτρα.

Πόσες λεύκες θα χρειαστούν για την ανάπλαση;

Λύση:

Επειδή πλάτος προς μήκος έχουν αναλογία 3 προς 5, το πλάτος της πλατείας είναι ένα πολλαπλάσιο του 3 και το μήκος της το αντίστοιχο πολλαπλάσιο του 5. Αφού το εμβαδόν είναι 1.500 τ.μ., το γινόμενο πλάτος επί μήκος (σε μέτρα) είναι ίσο με 1.500. Άρα πλάτος = 30 μ. και μήκος = 50 μ.



Στο διπλανό σχέδιο της πλατείας οι λεύκες θα τοποθετηθούν πάνω στις διακεκομμένες γραμμές. Κατά μήκος, η πρώτη από την τελευταία θα απέχει

$50 - 2 \times 4 = 42$ μ., ενώ κατά πλάτος η απόσταση μεταξύ πρώτης και τελευταίας θα είναι $30 - 2 \times 3 = 24$ μ.

Κατά μήκος οι λεύκες θα σχηματίσουν $42 : 6 = 7$ διαστήματα των 6 μέτρων και εκτός της πρώτης και της τελευταίας θα χρειαστούν 6 ακόμη λεύκες (• - - - • - - - • - - - • - - - • - - - • - - - •), ενώ

κατά πλάτος τα διαστήματα θα είναι $24 : 6 = 4$ και εκτός της πρώτης και της τελευταίας θα χρειαστούν 3 ακόμη λεύκες

(• - - • - - • - - • - - •).

Άρα γύρω - γύρω, εκτός από τις λεύκες στις 4 γωνίες θα τοποθετηθούν ακόμη δύο τριάδες κατά πλάτος και δύο εξάδες κατά μήκος. Δηλαδή συνολικά: $4 + 2 \times 3 + 2 \times 6 = 4 + 6 + 12 = 22$ λεύκες.

Απάντηση: Για την ανάπλαση θα χρειαστούν 22 λεύκες.

Σημειώσεις:

1. Το πρόβλημα «Φωτογραφίες» μπορεί να λυθεί και ξεκινώντας με τρεις φωτογραφίες σε κάθε σελίδα. Τότε, αφού θα έχει χώρο για 10 ακόμη φωτογραφίες, το άλμπουμ θα έχει κάποιες σελίδες με τρεις φωτογραφίες, μια σελίδα με δύο και τρεις σελίδες κενές. Βγάζοντας μια φωτογραφία από τις σελίδες που έχουν τρεις και τοποθετώντας από δύο στις τρεις κενές σελίδες θα χρησιμοποιήσει 6 φωτογραφίες (που προέρχονται από 6 σελίδες των τριών φωτογραφιών) και θα περισδέψουν 16 φωτογραφίες (που προέρχονται από 16 σελίδες των τριών φωτογραφιών).

Έτσι οι σελίδες που αρχικά είχαν τρεις φωτογραφίες είναι $6 + 16 = 22$, και συνολικά το άλμπουμ έχει $22 + 1 + 3 = 26$ σελίδες.

Και οι φωτογραφίες είναι $3 \times 22 + 2 = 68$.

2. Στο πρόβλημα «η πλατεία», μετά τον υπολογισμό των διαστάσεων του ορθογωνίου που θα σχηματίζουν οι λεύκες (μήκος = 42, πλάτος = 24) μπορούμε να συνεχίσουμε:

Η περίμετρος αυτού του ορθογωνίου είναι: $2 \times (42 + 24) = 132$ μέτρα, άρα οι λεύκες θα σχηματίσουν $132 : 6 = 22$ διαστήματα των 6 μέτρων. Και επειδή στην αρχή και στο τέλος θα έχουμε την ίδια λεύκα, θα χρειαστούν 22 λεύκες.

3. Στο πρόβλημα «η πλατεία», ο υπολογισμός των διαστάσεων της πλατείας μπορεί να γίνει και με τη χρήση πίνακα:

πλάτος	3	6	...	15	...	30
μήκος	5	10	...	25	...	50
εμβαδόν	15	60	...	375	...	1.500

ή

χρησιμοποιώντας μεταβλητή:

Λόγω της αναλογίας που δίνεται οι διαστάσεις είναι
πλάτος = $3 \cdot \alpha$ μέτρα, μήκος = $5 \cdot \alpha$ μέτρα.

Αφού το εμβαδόν είναι 1.500 τ.μ., πρέπει

$$(3 \cdot \alpha) \cdot (5 \cdot \alpha) = 1.500 \text{ δηλαδή}$$

$$15 \cdot (\alpha \cdot \alpha) = 1.500 \quad \text{ή}$$

$$\alpha \cdot \alpha = 1.500 : 15 = 100$$

Άρα $\alpha = 10$ και πλάτος = 30 μ., μήκος = 50 μ.

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: ΣΤ΄

Νοεροί υπολογισμοί

A) Συγκρίνω τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{8}$. Ποιο είναι μεγαλύτερο; Χρησιμοποιώ δύο τρόπους για να απαντήσω. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Απαντήσεις

- 1) Σημείο αναφοράς το $\frac{1}{2}$. Το $\frac{5}{8}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{1}{2}$. Το $\frac{3}{7}$ είναι μικρότερο από το $\frac{1}{2}$. Άρα το $\frac{5}{8}$ είναι μεγαλύτερο.
- 2) Μετατροπή σε κοινό παρονομαστή. $\frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{8}{8} = \frac{24}{56}$ και $\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{7}{7} = \frac{35}{56}$ το $\frac{35}{56} > \frac{24}{56}$ άρα $\frac{5}{8} > \frac{3}{7}$ ή άλλος τρόπος μετατροπής σε ομώνυμα.
- 3) Σκέψη υπολοίπου. Το $\frac{3}{7}$ χρειάζεται ακόμη $\frac{4}{7}$ για να γίνει μονάδα ($\frac{7}{7}$), το $\frac{5}{8}$ χρειάζεται $\frac{3}{8}$ για να γίνει μονάδα ($\frac{8}{8}$). Επειδή το $\frac{4}{7} > \frac{3}{8}$ τότε $\frac{5}{8} > \frac{3}{7}$.
- 4) Μετατροπή σε δεκαδικό. Το $\frac{3}{7} = 0,4$, το $\frac{5}{8} = 0,6$ άρα $\frac{5}{8} > \frac{3}{7}$.

B) Βρίσκω το 90% του 40.

Χρησιμοποιώ δύο τρόπους για να απαντήσω. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Απαντήσεις

- 1) Βγάζω το 10% από το 100%. Το 10% του 40 είναι 4. Το 90% είναι $100\% - 10\%$, άρα το 90% του 40 είναι $40 - 4 = 36$.
- 2) Στα 100 είναι 90, στα 400 είναι 360, άρα στα 40 είναι 36.
- 3) Στα 100 είναι 90, στα 10 είναι 9, άρα στα 40 είναι 36.
- 4) Με τον κανόνα. $\frac{90}{100} \times 40 = \frac{3600}{100} = 36$ ή άλλες παραλλαγές υπολογισμού.

Η απόσταση των σπιτιών

Η Έλενα και η Νίκη πηγαίνουν στο ίδιο σχολείο. Η Έλενα ζει σε απόσταση 17 χιλιομέτρων από το σχολείο και η Νίκη σε απόσταση 8 χιλιομέτρων από το σχολείο. Πόσα χιλιόμετρα μακριά ζει η μία από την άλλη;

Απάντηση

Όταν τα δύο σπίτια είναι ακριβώς στην ίδια κατεύθυνση. Η μικρότερη δυνατή απόσταση. Είναι: $17-8=9$ χιλιόμετρα.

Όταν τα δύο σπίτια είναι στην ίδια κατεύθυνση αλλά σε αντίθετες κατευθύνσεις. Η μεγαλύτερη δυνατή απόσταση. Είναι: $17+8=25$ χιλιόμετρα.

Αλλά τα σπίτια μπορεί να μην είναι στην ίδια διεύθυνση. Επομένως η απόστασή τους δεν είναι συγκεκριμένη. Οι δύο κοπέλες ζουν από 9 ως 25 χιλιόμετρα μακριά η μια απ' την άλλη.

Γατάκια

Μία γάτα έχει 6 γατάκια: ένα μαύρο, ένα άσπρο, ένα μπεζ, ένα άσπρο - μαύρο, ένα άσπρο-μπεζ και ένα μαύρο-μπεζ. Η Μαρία διάλεξε τρία έτσι ώστε δύο τυχαία να έχουν τουλάχιστον ένα κοινό χρώμα. Πόσες διαφορετικές επιλογές μπορεί να έχει;

Απάντηση

Λύση

1ος τρόπος

Τα γατάκια είναι: Μ, Α, Μπ, Α-Μ, Α-Μπ και Μ-Μπ.

Αν ανάμεσα στα τρία γατάκια υπάρχουν δύο μονόχρωμα τότε αυτά δεν έχουν κοινό χρώμα. Επομένως το πολύ ένα μονόχρωμο μπορεί να διάλεξε η Μαρία.

Αν διάλεξε ένα μονόχρωμο η επιλογή συμπληρώθηκε υποχρεωτικά από τα δύο δίχρωμα που έχουν και το χρώμα του μονόχρωμου (αλλιώς το ένα απ' τα δίχρωμα δεν θα έχει κοινό χρώμα με το μονόχρωμο). 1^η τριάδα: Μ,Α-Μ,Μ-Μπ. 2^η τριάδα: Α,Α-Μ,Α-Μπ. 3^η τριάδα: Μπ,Α-Μπ,Μ-Μπ

Φυσικά μπορεί να διάλεξε τα τρία δίχρωμα, αφού τότε κάθε ζευγάρι θα έχει ένα κοινό χρώμα. 4^η τριάδα: Α-Μ, Α-Μπ,Μ-Μπ

Άρα οι επιλογές είναι 4: από μία για κάθε μονόχρωμο και μία μόνο τα δίχρωμα.

2ος τρόπος

Τα γατάκια είναι: Μ, Α, Μπ, Α-Μ, Α-Μπ και Μ-Μπ. Καταγράφω προσεκτικά όλες τις δυνατές τριάδες και ελέγχω αν περιέχουν ζευγάρι χωρίς κοινό χρώμα:

τριάδες	ζευγάρι χωρίς κοινό χρώμα	
Μ,Α,Μπ	Μ,Α	×
Μ,Α,Α-Μ	Μ,Α	×
Μ,Α,Α-Μπ	Μ,Α	×
Μ,Α,Μ-Μπ	Μ,Α	×
Μ,Μπ,Α-Μ	Μ,Μπ	×
Μ,Μπ,Α-Μπ	Μ,Μπ	×
Μ,Μπ,Μ-Μπ	Μ,Μπ	×
Α,Μπ,Α-Μ	Α,Μπ	×
Α,Μπ,Α-Μπ	Α,Μπ	×
Α,Μπ,Μ-Μπ	Α,Μπ	×

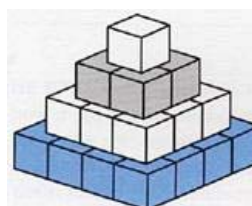
τριάδες	ζευγάρι χωρίς κοινό χρώμα	
Μ,Α-Μ,Α-Μπ	Μ,Α-Μπ	×
Μ,Α-Μ,Μ-Μπ	---	✓
Μ,Α-Μπ,Μ-Μπ	Μ,Α-Μπ	×
Α,Α-Μ,Α-Μπ	---	✓
Α,Α-Μ,Μ-Μπ	Α,Μ-Μπ	×
Α,Α-Μπ,Μ-Μπ	Α,Μ-Μπ	×
Μπ,Α-Μ,Α-Μπ	Μπ,Α-Μ	×
Μπ,Α-Μ,Μ-Μπ	Μπ,Α-Μ	×
Μπ,Α-Μπ,Μ-Μπ	---	✓
Α-Μ, Α-Μπ,Μ-Μπ	---	✓

Απάντηση: Υπάρχουν 4 διαφορετικές επιλογές.

Πυραμίδα

Ο αριθμός των κύβων που μπαίνουν σε κάθε επίπεδο της διπλανής πυραμίδας εξαρτάται από ένα κανόνα.

Στον πίνακα φαίνεται ο αριθμός των κύβων στα 3 πρώτα επίπεδα.



ΕΠΙΠΕΔΟ	ΚΥΒΟΙ
1ο	1
2ο	4
3ο	9
4ο	;

Α) Να βρεις πόσοι κύβοι είναι στο 4^ο επίπεδο της πυραμίδας. *Να γράψεις όλο το σκεπτικό σου.*

Απάντηση: Στο 4ο επίπεδο οι κύβοι είναι 4 σειρές από 4 κύβους η κάθε μία. Άρα είναι $4 \times 4 = 16$ κύβοι.

Β) Πόσοι θα είναι οι κύβοι στο 10ο επίπεδο της προηγούμενης πυραμίδας; Πως το ξέρεις; *Να γράψεις όλο το σκεπτικό σου.* Γράψε τον κανόνα με τον οποίο μπορείς να βρίσκεις τους κύβους για οποιοδήποτε επίπεδο.

Απάντηση: Οι κύβοι κάθε επιπέδου μέχρι το τέταρτο είναι τοποθετημένοι σε σειρές ίσες με τον αριθμό του επιπέδου και κάθε σειρά έχει τόσους κύβους όσες είναι όλες οι σειρές. Το μοτίβο αυτό πρέπει να συνεχίζεται και για τα υπόλοιπα επίπεδα.

Επομένως το δέκατο επίπεδο θα έχει 10 σειρές των 10 κύβων δηλαδή συνολικά $10 \times 10 = 100$ κύβους.

Κανόνας

Σε κάθε επίπεδο οι κύβοι είναι ίσοι με το γινόμενο του αριθμού του επιπέδου με τον εαυτό του.

Γ) Ο κανόνας που βρήκες ισχύει πάντα; Είσαι βέβαιος ότι θα ισχύει όσο μεγάλη και να γίνει η πυραμίδα;

Είμαι βέβαιος



Δεν είμαι βέβαιος



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΣΤ' ΤΑΞΗΣ

1) Τα παρακάτω προβλήματα να τα λύσετε υπολογίζοντας με το μυαλό και χωρίς να κάνετε γραπτές πράξεις. Γράψτε τον τρόπο που σκεφτήκατε.

α) Στα 816 ml μιας ουσίας το 9,84% είναι αλκοόλη. Πόση περίπου αλκοόλη έχει η ουσία;

β) Εκτιμήστε περίπου το άθροισμα των πιο κάτω ποσών

1,26 €, 4,79 €, 0,99 €, 1,37 € , 2,58 €

Απαντήσεις

α) Το 9,84% είναι περίπου 10%. Το 10% του 816 είναι 81,6 ml.

Εξήγηση για την απάντηση:

Το 9,84% είναι περίπου 10%. Το 10% του 816 είναι 81,6 ml.

β) Σωστές απαντήσεις:

1) Περίπου 11 €

Τα ακέραια μέρη είναι $1+4+1+2=8$ €

Τα δεκαδικά είναι: $26\lambda + 79\lambda \sim 1$ €.

$99\lambda \sim 1$ €.

$37\lambda + 58\lambda \sim 1$ €.

Άρα $8+3=11$ €

2) $1,26 + 4,79 \square 6$, $6+0,99\square 7$, $7+1,37 \square 8,5$, $8,5+2,58\square 11$

Θεωρούνται σωστές οι απαντήσεις που γίνονται με στρογγυλοποίηση των αριθμών και βρίσκουν ένα αποτέλεσμα κοντά στο 11.

Εξήγηση για την απάντηση:

Εξηγούν τον τρόπο που σκέφτηκαν. Εξηγούν για τις στρογγυλοποιήσεις και τις πράξεις με τους στρογγυλεμένους αριθμούς.

2) Η γάτα του Κώστα

Η γάτα του Κώστα πίνει 60 ml γάλα όταν δεν κυνηγάει ποντίκια ενώ πίνει 80 ml γάλα όταν κυνηγάει ποντίκια. Σε 14 ημέρες κυνήγησε ποντίκια μέρα παρά μέρα. Πόσο γάλα ήπια κατά τις 14 ημέρες;

Επίλυση

Η γάτα κυνηγάει ποντίκια 7 ημέρες και τις άλλες 7 ημέρες δεν κυνηγάει. Οπότε για τις 7 ημέρες που κυνηγάει πίνει $7 \times 80 \text{ml} = 560 \text{ml}$ ενώ για τις 7 ημέρες που δε κυνηγάει πίνει $7 \times 60 \text{ml} = 420 \text{ml}$. Οπότε συνολικά τις 14 ημέρες πίνει $560 \text{ml} + 420 \text{ml} = 980 \text{ml}$.

3) Σοκολάτες

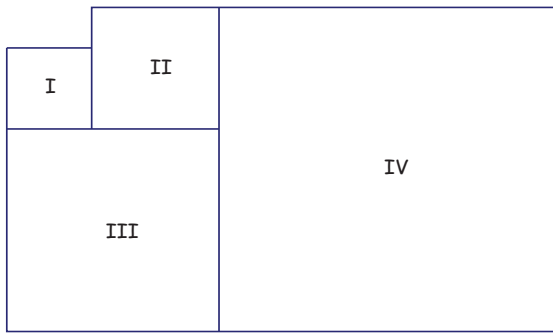
Ένα κουτί περιέχει 14 σοκολάτες, 8 σε μορφή σαλιγκαριού, και οι άλλες σε μορφή χελώνας. 7 σοκολάτες είναι μαύρες και οι άλλες είναι λευκές. Έχει ακριβώς 2 χελώνες που δεν είναι μαύρες. Πόσα λευκά σαλιγκάρια υπάρχουν;

Επίλυση

8 σοκολάτες είναι σε μορφή σαλιγκαριού και 6 σοκολάτες είναι σε μορφή χελώνας. 7 σοκολάτες είναι μαύρες και 7 είναι λευκές. Από την εκφώνηση έχουμε 2 χελώνες που δεν είναι μαύρες δηλαδή είναι λευκές. Όλες οι λευκές σοκολάτες είναι 7. Εφόσον 2 είναι σε μορφή χελώνας οι άλλες 5 λευκές σοκολάτες είναι σε μορφή σαλιγκαριού.

4) Τετράγωνα

Τα παρακάτω σχήματα I, II, III και IV είναι τετράγωνα. Η περίμετρος του τετραγώνου I είναι 16 εκατοστά και η περίμετρος του τετραγώνου II είναι 24 εκατοστά. Ποια είναι η περίμετρος του τετραγώνου IV;



Επίλυση

Το τετράγωνο I έχει περίμετρο 16 εκατοστά δηλαδή κάθε του πλευρά είναι 4 εκατοστά. Το τετράγωνο II έχει περίμετρο 24 εκατοστά δηλ. κάθε του πλευρά είναι 6 εκατοστά.

Οι πλευρές των τετραγώνων I και II που είναι σε επαφή με το τετράγωνο III είναι μαζί $4+6$ εκατοστά = 10 εκατοστά. Οπότε η κάθε πλευρά του τετραγώνου III είναι 10 εκατοστά. Οι πλευρές των τετραγώνων II και III που είναι σε επαφή με το τετράγωνο IV είναι $10+6 = 16$ εκατοστά. Η περίμετρος του τετραγώνου IV είναι $16+16+16+16 = 64$ εκατοστά ή $4 \times 16 = 64$ εκατοστά.

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: ΣΤ΄

Όνοματεπώνυμο:.....

Σχολείο:.....

Νοεροί υπολογισμοί



Α) Υπολογίζω με το μυαλό πόσο είναι το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{4}$ με όσους περισσότερους τρόπους μπορώ. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

1ος τρόπος: Εφαρμόζω τον κανόνα, πολλαπλασιάζω το $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ και βρίσκω $\frac{1}{8}$.

2ος τρόπος: Μετατρέπω τα κλάσματα σε δεκαδικούς και έχω $\frac{1}{2}=0,5$ και $\frac{1}{4}=0,25$, οπότε $0,5 \times 0,25 = 0,125$ ή $\frac{1}{8}$

3ος τρόπος: Σκέφτομαι ότι το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{4}$ είναι το μισό του $\frac{1}{4}$. Ποια είναι δύο μισά που αν τα ενώσω βρίσκω το $\frac{1}{4}$; Είναι το $\frac{1}{8}$. Ή το μισό του $\frac{1}{4}$ το βρίσκω αν διπλασιάσω τον παρονομαστή δηλαδή το κάνω $\frac{1}{8}$.

Β) Υπολογίζω με το μυαλό πόσο κάνει $20 : 0,5$ με όσους περισσότερους τρόπους μπορώ. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

1ος τρόπος: Σκέφτομαι πόσα μισά έχει το 20; Έχει 40.

2ος τρόπος: Μετατρέπω το δεκαδικό σε κλάσμα και έχω $20 : 0,5 = 20 : \frac{1}{2} = 20 \times \frac{2}{1} = 40$

3^{ος} τρόπος: Σκέφτομαι με το μυαλό τη διαίρεση $20 : 0,5$ αν κάνω ακέραιο το διαιρέτη θα έχω $200 : 5$ που είναι 40.

Γ) Υπολογίζω με το μυαλό πόσο κάνει 25% του 80 με όσους περισσότερους τρόπους μπορώ. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

1ος τρόπος: Το 25% είναι $\frac{1}{4}$ άρα το 25% του 80 είναι $80:4=20$.
2ος τρόπος: Το 25% του 80 είναι $25/100 \times 80 = 2000/100 = 20$.
3 ^{ος} τρόπος: Το 10% του 80 είναι 8, το 20% είναι 16, το 5% είναι 4 άρα το 25% είναι 20.
4 ^{ος} τρόπος: Το 25% είναι 0,25 άρα το 25% του 80 είναι $0,25 \times 80 = 20$
<u>Βαθμολογία:</u>
Νοερόι υπολογισμοί: A) + B) + Γ) = 2,5 μονάδες
Γενικά θα υπολογίζουμε κάθε θέμα (από τα A), B) και Γ)) με 0,5 αν δίνει μόνο ένα τρόπο σωστό και με 1 αν δίνει δύο ή και περισσότερους τρόπους σωστούς.
Έτσι λοιπόν:
Αν απαντήσει και στα τρία: A), B) ή Γ) με δύο ή περισσότερους σωστούς τρόπους θα πάρει 2,5.
Αν απαντήσει στα δύο από τα τρία: A), B) ή Γ) με δύο ή περισσότερους σωστούς τρόπους και στο τρίτο με έναν τρόπο θα πάρει 2,5
Αν απαντήσει μόνο σε ένα από τα τρία: A), B) ή Γ) με ένα μόνο σωστό τρόπο θα πάρει 0,5
Αν απαντάει σε δύο από τα τρία: A), B) ή Γ) με ένα μόνο σωστό τρόπο θα πάρει 1
Αν απαντήσει και στα τρία: A), B) ή Γ) με ένα μόνο σωστό τρόπο θα πάρει 1,5

Αρχαίοι αριθμοί

A) Υπολογίστε την αριθμητική αξία των 7 συμβόλων που χρησιμοποιούσαν οι Αρχαίοι Αιγύπτιοι για να γράφουν τους αριθμούς τους.



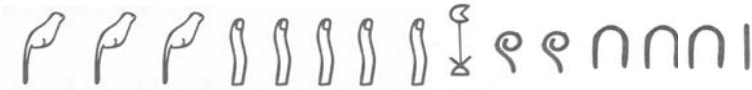
200 000



321



4123










351231



2 321 213

Λύση: Τα σύμβολα έχουν τις ακόλουθες τιμές 1, 10, 100, 1000, 10.000, 100.000, 1.000.000

 100000	 =100	 = 10	 = 1	 = 1000	 = 10.000	 = 1.000.000
--	--	--	---	--	---	---

Βαθμολογία

Η άσκηση βαθμολογείται με 1,25 μονάδες.

Η εύρεση κάθε συμβόλου βαθμολογείται με 0,18 μονάδες περίπου

Β) Υπολογίστε την αριθμητική αξία των 5 συμβόλων που χρησιμοποιούσαν οι Αρχαίοι Σουμέριοι για να γράφουν τους αριθμούς τους.



621



24













80



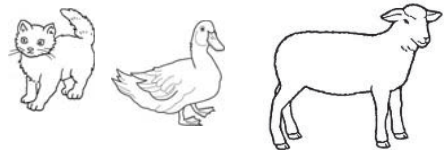
5 167

Λύση: Τα σύμβολα έχουν τις ακόλουθες τιμές 1, 10, 60, 600, 3600

 = 1	 = 10	 = 60	 = 600	 = 3600
<u>Βαθμολογία</u>				
Η άσκηση βαθμολογείται με 1,25 μονάδες.				
Η εύρεση κάθε συμβόλου βαθμολογείται με 0,25 μονάδες.				
 = 600	 = 10	 = 1	 = 60	 = 3600

Στη φάρμα

Στη φάρμα των ζώων ζουν 3 γατάκια, 6 παπάκια και κάποια αρνάκια. Ο κύριος Νίκος μέτρησε τα πόδια των ζώων του και βρήκε συνολικά 44 πόδια. Πόσα αρνάκια υπάρχουν σε αυτή τη φάρμα;



Λύση: Τα τρία γατάκια έχουν όλα μαζί $3 \times 4 = 12$ πόδια. Τα έξι παπάκια έχουν όλα μαζί $6 \times 2 = 12$ πόδια. Όλα τα γατάκια και τα παπάκια μαζί έχουν $12 + 12 = 24$ πόδια. Όλα τα ζώα της φάρμας του κυρίου Νίκου δηλ. γατάκια, παπάκια και αρνάκια έχουν 44 πόδια. Άρα τα αρνάκια έχουν όλα μαζί $44 - 24 = 20$ πόδια. Κάθε αρνάκι έχει 4 πόδια. Άρα ο κύριος Νίκος έχει $20 : 4 = 5$ αρνάκια.

Απάντηση: Ο κύριος Νίκος έχει 5 αρνάκια στη φάρμα του

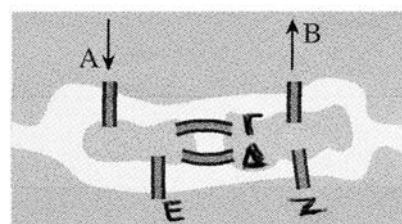
Βαθμολογία

Η άσκηση βαθμολογείται με 2,5 μονάδες.

Το κάθε βήμα της άσκησης βαθμολογείται με 0,5 μονάδες.

Βόλτες πάνω απ' το ποτάμι

Στο σχήμα υπάρχει ένα ποτάμι, δύο νησιά και 6 γέφυρες.



4

Διαγωνισμός 2013–ΣΤ΄ τάξη

Με πόσους και ποιους τρόπους μπορώ να πάω από το σημείο Α στο σημείο Β περνώντας μία μόνο φορά από κάθε γέφυρα;

Περιγράψω τους τρόπους: Από το σημείο Α και μετά υπάρχουν 3 γέφυρες Γ, Δ και Ε.

Οι λύσεις είναι οι

1. Α, Γ, Δ, Ε, Ζ, Β

2. Α, Γ, Ζ, Ε, Δ, Β

3. Α, Δ, Γ, Ε, Ζ, Β

4. Α, Δ, Ζ, Ε, Γ, Β

5. Α, Ε, Ζ, Γ, Δ, Β

6. Α, Ε, Ζ, Δ, Γ, Β

Απάντηση: Υπάρχουν 6 τρόποι να πάω από το σημείο Α στο σημείο Β περνώντας μια μόνο φορά από κάθε γέφυρα

Βαθμολογία

Η άσκηση βαθμολογείται με 2,5 μονάδες.

Κάθε επιμέρους λύση βαθμολογείται με 0,42 μονάδες

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: ΣΤ΄

Όνοματεπώνυμο:.....

Σχολείο:.....

Το κορδόνι

Η Κορίνα έχει ένα κορδόνι με μήκος $\frac{3}{4}$ του μέτρου. Θέλει να το χωρίσει σε κομμάτια που το κάθε ένα να έχει μήκος $\frac{1}{8}$ του μέτρου. Σε πόσα κομμάτια θα το χωρίσει;



Απάντηση:

Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ είναι ισοδύναμο με το $\frac{6}{8}$. Εφόσον θέλει να το χωρίσει σε κομμάτια που το κάθε ένα θα έχει μήκος $\frac{1}{8}$ του μέτρου θα πρέπει να το χωρίσει σε 6 κομμάτια. Διότι $\frac{1}{8} \times 6 = \frac{6}{8}$.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες. Η κάθε πράξη βαθμολογείται με 1 μονάδα.

Η απόσταση των πόλεων



Στον παραπάνω δείκτη αποστάσεων των πόλεων, η απόσταση από τη Βέροια ως την Κοζάνη είναι 60 χιλιόμετρα. Πόση είναι η απόσταση από την Κοζάνη ως τα Γρεβενά, σύμφωνα με το δείκτη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Η απόσταση Βέροια - Κοζάνη αποτελείται από 4 μέρη άρα κάθε ένα από αυτά $60 : 4 = 15$ χιλιόμετρα. Η απόσταση Κοζάνη - Γρεβενά αποτελείται από 3 μέρη. Άρα $3 \times 15 =$

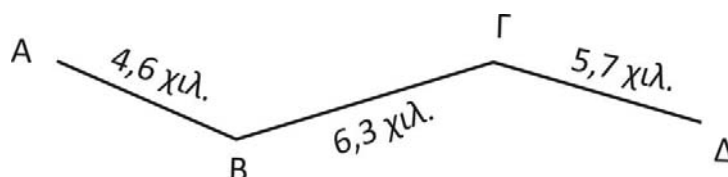
45 χιλιόμετρα.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες. Κάθε πράξη βαθμολογείται με 1 μονάδα

Εξήγηση:

Η στρογγυλοποίηση



Η Ειρήνη εκτίμησε σωστά την απόσταση από το σημείο Α στο σημείο Δ. Στρογγυλοποίησε την κάθε απόσταση στο κοντινότερο χιλιόμετρο και μετά τις πρόσθεσε. Ποιο από τα παρακάτω αθροίσματα είναι το δικό της; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- α) $4+6+5=15$ β) $5+6+5=16$ γ) $5+6+6=17$ δ) $5+7+6=18$

Απάντηση:

Οι στρογγυλοποιήσεις ακολουθούν τον εξής κανόνα: αν το δεκαδικό μέρος είναι μικρότερο του 0,5 τότε η στρογγυλοποίηση γίνεται προς το προηγούμενο ακέραιο μέρος (προς τα κάτω) δηλ. $4,4 = 4$. Αν το δεκαδικό μέρος είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 0,5 τότε η στρογγυλοποίηση γίνεται προς το επόμενο ακέραιο μέρος (προς τα πάνω) δηλ. $4,6 = 5$

$$4,6 = 5, \quad 6,3 = 6, \quad 5,7 = 6$$

$$\text{Άρα } 5 + 6 + 6 = 17.$$

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες. Η κάθε πράξη βαθμολογείται με 0,5 μονάδες περίπου

Εξήγηση:

Η υποτροφία



Η Άννα κέρδισε μια υποτροφία αξίας 1.000 ευρώ, για να παρακολουθήσει ένα εκπαιδευτικό πρόγραμμα διάρκειας 7 ημερών στο Παρίσι. Το ταξίδι με το αεροπλάνο κοστίζει 335 ευρώ, ενώ με το τρένο 125 ευρώ. Στα πλαίσια του εκπαιδευτικού προγράμματος μπορεί να επιλέξει είτε ένα εβδομαδιαίο ατομικό πρόγραμμα διδασκαλίας που κοστίζει 60 ευρώ την ημέρα, είτε ένα εβδομαδιαίο πρόγραμμα σε τμήμα που κοστίζει 40 ευρώ την ημέρα. Για τα προσωπικά της έξοδα η Άννα χρειάζεται 45 ευρώ την ημέρα. Αν δεν θέλει να ξοδέψει περισσότερα χρήματα από αυτά της υποτροφίας, ποιες είναι όλες οι επιλογές που μπορεί να κάνει στον τρόπο που θα ταξιδέψει και στον τρόπο που θα παρακολουθήσει τα μαθήματα; Να δικαιολογήσετε τη απάντησή σας.

Απάντηση:

Οι τρόποι συνδυασμού είναι 4 αλλά μόνον οι 3 επιτρέπουν στην Άννα να μην ξοδέψει περισσότερα από τα χρήματα της υποτροφίας.

Υπολογίζουμε το κόστος διαμονής $7 \times 45 = 315$ Ευρώ

Το (ακριβό) εβδομαδιαίο πρόγραμμα διδασκαλίας $60 \times 7 = 420$ Ευρώ

Το (φθηνό) εβδομαδιαίο πρόγραμμα διδασκαλίας $40 \times 7 = 280$ Ευρώ

Αυτές οι 3 επιλογές είναι

Αεροπορικό + (φθηνό) εβδομαδιαίο πρόγραμμα διδασκαλίας + διαμονή =

$335 + 280 + 315 = 930$ Ευρώ

Τρένο + (ακριβό) εβδομαδιαίο πρόγραμμα διδασκαλίας + διαμονή =

$125 + 420 + 315 = 860$ Ευρώ

Τρένο + (φθηνό) εβδομαδιαίο πρόγραμμα διδασκαλίας + διαμονή =

$$125 + 280 + 315 = 720 \text{ Ευρώ}$$

Ο 4^{ος} (μαθηματικά μιλώντας) τρόπος είναι Αεροπορικό + (ακριβό) εβδομαδιαίο πρόγραμμα διδασκαλίας + διαμονή = $335 + 420 + 315 + 1070$ Ευρώ ποσό που είναι μεγαλύτερο από τα 1000 Ευρώ της υποτροφίας. Άρα ως επιλογή απορρίπτεται.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται με 4 μονάδες.

Οι υπολογισμοί του κόστους διαμονής, καθώς και των δύο προγραμμάτων βαθμολογούνται με 0,25 μονάδες. Οι Η κάθε επιλογή βαθμολογείται με 1, 08 μονάδες περίπου.

Εξήγηση:

Λύσεις θεμάτων ΣΤ' Τάξης

Οι παρακάτω λύσεις είναι ενδεικτικές. Φυσικά γίνονται δεκτοί και άλλοι τρόποι επίλυσης των θεμάτων.

Θέμα 1^ο

1. Βρίσκω πόσο είναι το νόμισμα των 5 λεπτών σε ευρώ $5; 100 = 0,05$ ευρώ
2. Βρίσκω το βάρος των 432 γραμμαρίων σε τόνους. Ένας τόνος αποτελείται από 1000 κιλά. Ένα κιλό αποτελείται από 1000 γραμμάρια. Άρα $432 : 1.000.000 = 0,000432$ τόνοι
3. Βρίσκω το μήκος των 8,5 πόντων (εκατοστά) σε χιλιόμετρα. Ένα χιλιόμετρο αποτελείται από 1000 μέτρα. Ένα μέτρο αποτελείται από 100 εκατοστά. Άρα $8,5 : 100.000 = 0,000085$ χιλιόμετρα

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Το 1ο υποερώτημα βαθμολογείται με 0,5 μονάδα. Τα άλλα 2 υποερωτήματα βαθμολογούνται με 1 μονάδα το καθένα.

Θέμα 2^ο

Στην πλευρά 16m του μεγάλου ορθογωνίου ποτ σχηματίζεται με τον τρόπο που βλέπετε στο σχήμα, μετράμε 4 ίδια μικρά ορθογώνια παραλληλόγραμμα, άρα η κάθε μικρή πλευρά του κάθε μικρού ορθογωνίου είναι $16/4 = 4$. Άρα όλα τα μικρά ορθογώνια παραλληλόγραμμα έχουν πλάτος (μικρή πλευρά) 4m το καθένα. Στην άλλη πλευρά του μεγάλου ορθογωνίου που βλέπετε στο σχήμα με 20m έχουμε $(20 - 4) = 16$ m. Ο αριθμός 16m είναι οι δύο μεγάλες πλευρές των δύο μικρών ορθογωνίων μαζί. Άρα η καθεμία είναι $16 : 2 = 8$ m. Άρα η άλλη πλευρά του κάθε μικρού ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 8m. Άρα η περίμετρος του κάθε μικρού ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι $8 + 8 + 4 + 4 = 24$ m

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Ο υπολογισμός της μικρής πλευράς του μικρού ορθογωνίου βαθμολογείται με 0,5 μονάδα. Ο υπολογισμός της μεγάλης πλευράς του μικρού ορθογωνίου βαθμολογείται με 1 μονάδα. Ο υπολογισμός της περιμέτρου του κάθε μικρού ορθογωνίου βαθμολογείται με 1 μονάδα.

Θέμα 3^ο

Το κουνέλι έφαγε 30 καρότα. Ο μοναδικός τρόπος να γραφεί το 30 ως άθροισμα ενός πολλαπλασίου του 9 και ενός πολλαπλασίου του 4 είναι $30 = (2 \times 9) + (3 \times 4)$. Ο αριθμός των ημερών με «9 καρότα» είναι 2 και ο αριθμός των ημερών με «4 καρότα» και 1 λάχανο είναι 3. Το σύνολο των λάχανων σε 10 ημέρες είναι 9. Ο αριθμός των ημερών με 2 λάχανα είναι 3. Έχουμε $9 = 3 + (3 \times 2)$. Και ο αριθμός των ημερών που το κουνέλι έφαγε μόνο χόρτα είναι $10 - 2 - 3 - 3 = 2$ ημέρες.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Η πρώτη ανάλυση του 30 δηλαδή $30 = (2 \times 9) + (3 \times 4)$ βαθμολογείται με 1 μονάδα. Η επόμενη ανάλυση $9 = 3 + (3 \times 2)$ βαθμολογείται με 1 μονάδα. Η τελική πράξη $10 - 2 - 3 - 3 = 2$, βαθμολογείται με 0,5 μονάδα.

Θέμα 4^ο

Το κρεμαστό αντικείμενο βρίσκεται σε ισορροπία. Αυτό σημαίνει ότι το συνολικό βάρος διαιρείται σε δύο ίσα μέρη δηλ. 112 γραμμάρια διαιρείται στα δύο. Δηλ. $112/2 = 56$. Στην συνέχεια διαιρείται πάλι στα δύο $56/2 = 28$ και ξανά διαιρείται στα δύο $28/2 = 14$ και τέλος $14/2 = 7$ γραμμάρια. Άρα το αστέρι ζυγίζει 7 γραμμάρια.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Η κάθε διαίρεση βαθμολογείται με 0,625 μονάδες.