

**«ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΦΥΣΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΖΩΗΣ»
ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ
ΑΠΟ ΤΟ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ Δ. ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

**Ε΄ Τάξη Δημοτικού
Λύσεις Θεμάτων: 2006-2015**

Δημήτριος Σπαθάρας
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

www.pe03.gr

Δημήτριος Σπαθάρας
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
Φθιώτιδας και Ευρυτανίας
www.pe03.gr

Λύσεις στα προβλήματα για την Ε΄ Τάξη

2006

1° πρόβλημα: $6 \times 2 = 12$ εκατοστά για την κάτω μπάλα,
 $12 : 3 = 4$ εκατοστά για την πάνω μπάλα ή $6 : 3 = 2$ και $2 \times 2 = 4$ εκατοστά,
 $12 + 2 = 14$ εκατοστά για το χαρτοκιβώτιο.
Σύνολο $12 + 4 + 14 = 30$ εκατοστά.

2° πρόβλημα: 1 κόκκινη = 2 κίτρινες (1)
1 μπλε = 1 πράσινη + 3 κόκκινες (2)
1 πράσινη = 2 κόκκινες + 2 κίτρινες (3)

Ανταλλάσσουμε 1 μπλε και παίρνουμε 1 πράσινη και 3 κόκκινες.

Από αυτές τις 3 κόκκινες κρατάμε τις 2 και ανταλλάσσουμε την τρίτη με 2 κίτρινες.

Έτσι τώρα έχουμε: 1 πράσινη, 2 κόκκινες και 2 κίτρινες. Ανταλλάσσουμε τις 2 κόκκινες και τις 2 κίτρινες και παίρνουμε άλλη μία πράσινη. Έτσι με την ανταλλαγή μιας μπλε έχουμε τελικά 2 πράσινες.

3° πρόβλημα: Η Χριστίνα δεν κατοικεί στον ίδιο όροφο με την Όλγα και τη Μαρία, άρα η Όλγα και η Μαρία κατοικούν στον ίδιο όροφο. (1)

Η Άννα δεν κατοικεί στον ίδιο όροφο με την Ειρήνη και την Όλγα, άρα η Ειρήνη και η Όλγα κατοικούν στον ίδιο όροφο. (2)

Από τα συμπεράσματα (1) και (2) καταλήγουμε ότι η Όλγα, η Μαρία και η Ειρήνη κατοικούν στον ίδιο όροφο. Επειδή είναι τρεις αυτές που κατοικούν στον ίδιο όροφο πρόκειται με βάση τα δεδομένα για τον 2° όροφο. Άρα στον 1° όροφο κατοικούν η Άννα και η Χριστίνα.

4° πρόβλημα: Η Χριστίνα έφαγε με τα υπόλοιπα 6 παιδιά,
δηλ. έκανε 6 γεύματα.

Ας ονομάσουμε τα υπόλοιπα παιδιά 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°.

Το 1° παιδί έχει ήδη φάει με τη Χριστίνα άρα του μένουν ακόμη 5 γεύματα (δηλ. θα φάει με τους 2°, 3°, 4°, 5°, 6°).

Το 2° παιδί έχει ήδη φάει με τη Χριστίνα και το 1° παιδί άρα του μένουν ακόμη 4 γεύματα (δηλ. θα φάει με τους 3°, 4°, 5°, 6°).

Το 3° παιδί έχει ήδη φάει με τη Χριστίνα, το 1° και το 2° παιδί άρα του μένουν ακόμη 3 γεύματα (δηλ. θα φάει με τους 4°, 5°, 6°).

Το 4^ο παιδί έχει ήδη φάει με τη Χριστίνα, το 1^ο, 2^ο και 3^ο παιδί άρα του μένουν ακόμη 2 γεύματα (δηλ. θα φάει με τους 5^ο, 6^ο).

Το 5^ο παιδί έχει ήδη φάει με τη Χριστίνα, το 1^ο, 2^ο, 3^ο, και 4^ο παιδί άρα του μένει ακόμη 1 γεύμα (δηλ. θα φάει με το 6^ο).

Το 6^ο παιδί έχει ήδη φάει με όλους άρα του μένουν 0 γεύματα.

Άρα $0+1+2+3+4+5+6 = 21$.

Άρα έγιναν 21 γεύματα.

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής
12 Μαΐου 2007
Ε' τάξη

1. Τα μπισκότα



Ο Πέτρος έφαγε 100 μπισκότα σε 5 ημέρες. Κάθε μέρα έτρωγε 6 μπισκότα περισσότερα από την προηγούμενη. Πόσα μπισκότα έφαγε τη δεύτερη ημέρα;

Λύση:

Το πιθανότερο είναι οι μαθητές να έχουν λύσει το πρόβλημα με διάφορες δοκιμές. Να ξεκίνησαν, ας πούμε, υποθέτοντας ότι την πρώτη μέρα έφαγε 10 μπισκότα και στη συνέχεια να αυξομειώνουν αυτούς τους αριθμούς για να καταλήξουν στο σωστό.

Παρακάτω παραθέτουμε και μερικές ακόμη λύσεις.

Δεύτερη λύση

Τη δεύτερη μέρα έφαγε 6 λιγότερα μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη, ενώ την τέταρτη έφαγε 6 περισσότερα από την τρίτη δηλαδή τις δύο αυτές ημέρες έφαγε συνολικά διπλάσια μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη ημέρα.

Επίσης την πρώτη ημέρα έφαγε 12 λιγότερα από την τρίτη ενώ την πέμπτη ημέρα έφαγε 12 περισσότερα από την τρίτη. Επομένως και τις δύο αυτές ημέρες έφαγε συνολικά διπλάσια μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη ημέρα.

Άρα συνολικά τις πέντε ημέρες έφαγε πενταπλάσια μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη ημέρα, δηλαδή την τρίτη ημέρα έφαγε $100 : 5 = 20$ μπισκότα και την δεύτερη έφαγε $20 - 6 = 14$ μπισκότα.

Τρίτη λύση

Επειδή $6 + 12 + 18 + 24 = 60$, αν δεν αύξανε την ποσότητα των μπισκότων κατά 6 κάθε μέρα αλλά έτρωγε και τις 5 ημέρες όσα και την πρώτη θα είχε φάει συνολικά $100 - 60 = 40$ μπισκότα ή $40 : 5 = 8$ μπισκότα την ημέρα. Επομένως τόσα έφαγε την πρώτη μέρα και την δεύτερη έφαγε $8 + 6 = 14$ μπισκότα.

Τέταρτη λύση

Αν έφαγε a μπισκότα την πρώτη ημέρα τότε τις επόμενες έφαγε $a + 6$, $a + 12$, $a + 18$ και $a + 24$. Άρα πρέπει: $a + a + 6 + a + 12 + a + 18 + a + 24 = 100$ ή $5a + 60 = 100$ και $5a = 100 - 60$ δηλαδή $5a = 40$, επομένως $a = 40 : 5$ ή $a = 8$.

Έτσι τη δεύτερη μέρα έφαγε $8 + 6 = 14$ μπισκότα.

Πέμπτη λύση

Αν έφαγε β μπισκότα την τρίτη μέρα, τότε έχουμε:

1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η
$\beta - 12$	$\beta - 6$	β	$\beta + 6$	$\beta + 12$

Και πρέπει: $\beta - 12 + \beta - 6 + \beta + \beta + 6 + \beta + 12 = 100$

Δηλαδή: $5\beta = 100$ ή $\beta = 100 : 5$ άρα $\beta = 20$.

Άρα τη δεύτερη ημέρα έφαγε $20 - 6 = 14$ μπισκότα.

Απάντηση: 14 μπισκότα

2. Σχολικό Πρωτάθλημα Ποδοσφαίρου



Στο Πανελλήνιο Σχολικό Πρωτάθλημα Ποδοσφαίρου 5x5 για Δημοτικά Σχολεία δήλωσαν συμμετοχή 213 Σχολεία. Το Πρωτάθλημα θα διεξαχθεί με το σύστημα των νοκ-άουτ παιχνιδιών. Πόσα παιχνίδια θα χρειαστούν για να αναδειχθεί πρωταθλητής;

Σημείωση: Στο σύστημα των νοκ-άουτ παιχνιδιών οι συμμετέχοντες σχηματίζουν ζευγάρια που παίζουν μεταξύ τους και οι νικητές «περνάνε» στον επόμενο γύρο. Αν σε κάποιο γύρο το πλήθος των ομάδων που συμμετέχουν είναι μονός αριθμός, γίνεται κλήρωση και ένας «περνά» στον επόμενο γύρο χωρίς αγώνα.

Λύση:

Πρώτη λύση

1^{ος} γύρος: (213 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 212 θα παίξουν 106 παιχνίδια.

2^{ος} γύρος: (107 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 106 θα παίξουν 53 παιχνίδια.

3^{ος} γύρος: (54 ομάδες) Οι ομάδες θα παίξουν 27 παιχνίδια.

4^{ος} γύρος: (27 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 26 θα παίξουν 13 παιχνίδια.

5^{ος} γύρος: (14 ομάδες) Οι ομάδες θα παίξουν 7 παιχνίδια.

6^{ος} γύρος: (7 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 6 θα παίξουν 3 παιχνίδια.

7^{ος} γύρος: (4 ομάδες) Οι ομάδες θα παίξουν 2 παιχνίδια.

Τελικός: (2 ομάδες) Θα παιχτεί 1 παιχνίδι.

Συνολικά: $1 + 2 + 3 + 7 + 13 + 27 + 53 + 106 = 212$ παιχνίδια.

Δεύτερη λύση

Για να αναδειχθεί πρωταθλητής θα πρέπει να έχουν χάσει (από ένα παιχνίδι) όλες οι υπόλοιπες ομάδες που συμμετέχουν. Και επειδή σε κάθε παιχνίδι χάνει μία μόνο ομάδα θα χρειαστούν $213 - 1 = 212$ παιχνίδια.

Απάντηση: ...212 παιχνίδια.

3. Το τραπέζι της γιορτής



Γύρω από ένα τετράγωνο τραπέζι, μπορούν να καθίσουν τέσσερα άτομα. Για τη γιορτή του σχολείου, οι μαθητές τοποθέτησαν 10 τέτοια τετράγωνα τραπέζια το ένα μετά το άλλο για να δημιουργήσουν ένα μεγάλο και μακρύ τραπέζι. Πόσα άτομα μπορούν να καθίσουν σε αυτό το τραπέζι;

Λύση:



Οι περισσότεροι μαθητές έκαναν το σκίτσο και στη συνέχεια μέτρησαν τις διαθέσιμες θέσεις

Απάντηση: 22 άτομα

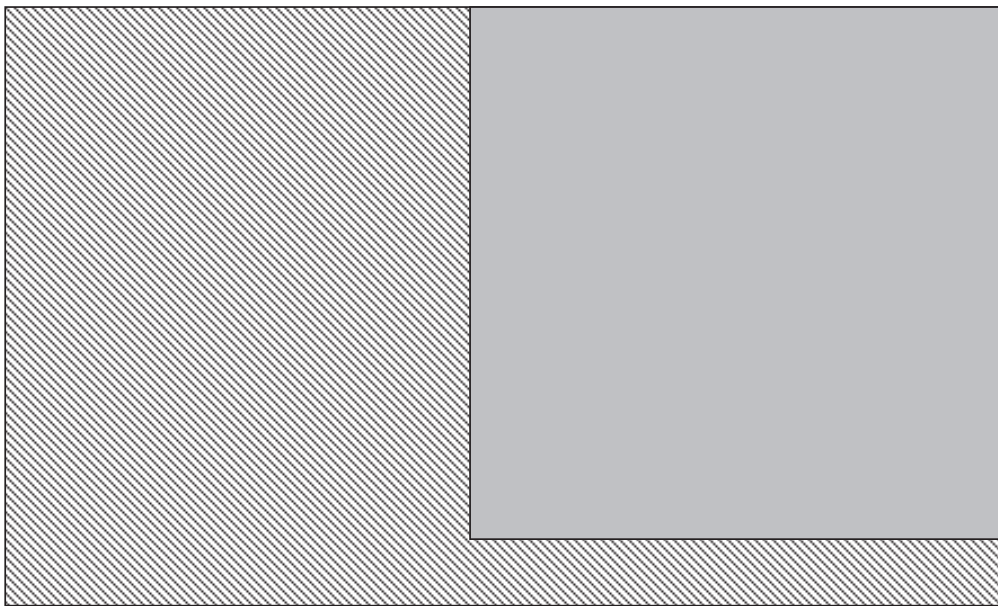
4. Κάρτες από χαρτόνι



Η Αλίκη έχει ένα χρωματιστό χαρτόνι σε σχήμα ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με πλευρές 15 εκατοστά και 9 εκατοστά. Για να φτιάξει τετράγωνες κάρτες, κόβει από κάθε γωνία του χαρτονιού ένα τετράγωνο με πλευρά 8 εκατοστά.

Ποια είναι η περίμετρος του σχήματος που απομένει;

Λύση:



Από τα δεδομένα του προβλήματος καταλαβαίνουμε πως μπορεί να κόψει μόνο μια τέτοια κάρτα. Στην πραγματικότητα η περίμετρος του αρχικού σχήματος δεν αλλάζει!

Οι μαθητές μπορεί να έλυσαν το πρόβλημα κάνοντας το σχήμα και υπολογίζοντας.

Απάντηση: 48 εκατοστά

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: Ε'

Όνοματεπώνυμο:

Σχολείο:

Τέσσερεις συμμαθητές και φίλοι

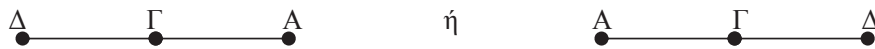
Τέσσερα παιδιά της Ε' τάξης ενός δημοτικού σχολείου, ο Γιάννης, η Δανάη, ο Ανδρέας και η Κορίνα κάθονται όρθια πάνω στο πεζοδρόμιο. Ο



Γιάννης βρίσκεται μεταξύ της Δανάης και του Ανδρέα, ακριβώς στο κέντρο. Υπάρχει η ίδια απόσταση μεταξύ της Δανάης και του Γιάννη και μεταξύ του Ανδρέα και της Κορίνας. Ο Γιάννης βρίσκεται τέσσερα μέτρα από την Κορίνα. Ποια απόσταση χωρίζει τη Δανάη και την Κορίνα;

Λύση:

Οι θέσεις του Ανδρέα του Γιάννη και της Δανάης δίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Θεωρώντας ότι και η Κορίνα στέκεται στην ίδια ευθεία με τους άλλους τρεις, αφού απέχει από τον Ανδρέα όσο απέχει η Δανάη από τον Γιάννη, πρέπει να βρίσκεται έξω από το ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ και προς το μέρος του Α. Δηλαδή:



Και επειδή $\Delta\Gamma = \Gamma\Lambda = \Lambda\text{Κ}$ και $\Gamma\text{Κ} = 4 \mu$. Είναι: $\Delta\Gamma = \Gamma\Lambda = \Lambda\text{Κ} = 4 : 2 = 2 \mu$.

Άρα: $\Delta\text{Κ} = 2 + 2 + 2 = 6 \mu$.

Απάντηση: Η Δανάη απέχει από την Κορίνα 6 μ.

Γυμναστικές επιδείξεις

Για τις ανάγκες μιας εκδήλωσης γυμναστικής επίδειξης στο προαύλιο ενός δημοτικού σχολείου χαραχτήκαν με άσπρη μπογιά γραμμές που σχηματίζουν ίδια μεταξύ τους ορθογώνια.



Τέσσερις ομάδες παιδιών διασχίσανε το χαραγμένο χώρο ακολουθώντας διαφορετική πορεία η κάθε μια. Οι διαδρομές τους είναι σχεδιασμένες στα σχήματα. Ποιο είναι το μήκος της διαδρομής της Δ΄ ομάδας;

Η Α΄ ομάδα διάνυσε 25 μέτρα:



Η Β΄ ομάδα διάνυσε 37 μέτρα:



Η Γ΄ ομάδα διάνυσε 32 μέτρα:



Η διαδρομή της Δ΄ ομάδας ήταν:



Λύση:

Η διαδρομή της Α΄ ομάδας αποτελείται από 5 (ίσες μεταξύ τους) διαγωνίους των ίσων ορθογώνιων. Άρα κάθε διαγώνιος είναι: $25 : 5 = 5 \mu.$

Η διαδρομή της Β΄ ομάδας αποτελείται από 5 διαγωνίους και 4 μικρές πλευρές των ίσων ορθογώνιων. Άρα κάθε μικρή πλευρά είναι: $(37 - 25) : 4 = 12 : 4 = 3 \mu.$

Η διαδρομή της Γ΄ ομάδας αποτελείται από 4 μικρές και 5 μεγάλες πλευρές των ίσων ορθογώνιων. Άρα κάθε μεγάλη πλευρά είναι: $(32 - 12) : 5 = 20 : 5 = 4 \mu.$

Η διαδρομή της Δ΄ ομάδας αποτελείται από 3 διαγωνίους, 4 μικρές και 2 μεγάλες πλευρές των ίσων ορθογώνιων. Άρα το μήκος της είναι: $3 \times 5 + 4 \times 3 + 2 \times 4 =$
 $= 15 + 12 + 8 = 35 \mu.$

Απάντηση: Η διαδρομή της Δ΄ ομάδας είχε μήκος 35 μέτρα.

Ο κήπος

Ένας κήπος τετράγωνος, χωρίζεται σε τέσσερα μέρη, όπως το δείχνει το σχήμα: μια πισίνα, ένα σκάμμα με άμμο, ένα τετράγωνο με λουλούδια και ένα κομμάτι με γκαζόν. Η περίμετρος του γκαζόν είναι 20 μέτρα και εκείνη του τετραγώνου με τα λουλούδια είναι 12 μέτρα. Ποια είναι η περίμετρος της πισίνας;



Λύση:

Ονομάζουμε με γράμματα τα σημεία του σχήματος (όπως παραπάνω).

Αφού όλος ο κήπος είναι τετράγωνο είναι: $ΑΓ = ΓΕ = ΕΗ = ΗΑ$.

Επίσης τα λουλούδια είναι σε τετράγωνο, άρα: $ΒΓ = ΓΔ = ΔΙ = ΙΒ$.

Τα υπόλοιπα κομμάτια είναι ορθογώνια (αφού έχουν όλες τις γωνίες τους ορθές).

Επομένως έχουμε και τις ισότητες:

$$ΔΙ = ΕΖ, ΙΒ = ΘΑ, ΑΒ = ΘΙ = ΖΗ \text{ και } ΔΕ = ΙΖ = ΗΘ$$

Επίσης είναι: $ΑΒ = ΑΓ - ΒΓ = ΓΕ - ΓΔ = ΔΕ$

Άρα έχουμε: $ΖΗ = ΘΙ = ΑΒ = ΔΕ = ΙΖ = ΗΘ$

Δηλαδή και το γκαζόν σχηματίζει τετράγωνο.

Η πλευρά του τετραγώνου των λουλουδιών είναι: $12 : 4 = 3 \mu$.

Η πλευρά του τετραγώνου του γκαζόν είναι: $20 : 4 = 5 \mu$.

Η περίμετρος της πισίνας είναι: $ΑΒ + ΒΙ + ΙΘ + ΘΑ =$
 $5 + 3 + 5 + 3 = 16 \mu$.

Απάντηση: Η πισίνα έχει περίμετρο 16 μ.

Οι κάτοικοι των χωριών

Δυο χωριά έχουν συνολικό πληθυσμό 1.440 κατοίκους. Αν όμως από το πρώτο χωριό μεταφερθούν στο δεύτερο 142 κάτοικοι, τότε τα δυο χωριά θα έχουν τον ίδιο πληθυσμό. Πόσους κατοίκους έχει κάθε χωριό;



Λύση:

1^{ος} τρόπος: Αν γίνει η μεταφορά των 142 κατοίκων απ' το ένα χωριό στο άλλο, τα δύο χωριά θα έχουν από: $1440 : 2 = 720$ κατοίκους.

Επομένως το χωριό με το μεγαλύτερο πληθυσμό έχει: $720 + 142 = 862$ κατοίκους,

ενώ το χωριό με το μικρότερο πληθυσμό έχει: $720 - 142 = 578$ κατοίκους.

(ή $1440 - 862 = 578$)

2^{ος} τρόπος: Αφού πρέπει να μεταφερθούν 142 κάτοικοι απ' το ένα χωριό στο άλλο για να γίνουν ίσοι οι πληθυσμοί των χωριών, αυτό που έχει μεγαλύτερο πληθυσμό έχει: $2 \times 142 = 284$ περισσότερους κατοίκους απ' το άλλο.

Αφαιρώντας αυτούς από το σύνολο των κατοίκων βρίσκουμε διπλάσιο πλήθος από τους κατοίκους του χωριού με τον μικρότερο πληθυσμό. Άρα αυτό το χωριό έχει:

$(1440 - 284) : 2 = 1166 : 2 = 578$ κατοίκους

και το άλλο έχει: $578 + 284 = 862$ κατοίκους (ή $1440 - 578 = 862$).

3^{ος} τρόπος: Προσθέτοντας 284 κατοίκους στο σύνολο των κατοίκων των δύο χωριών βρίσκουμε πλήθος διπλάσιο από τους κατοίκους του χωριού με τον μεγαλύτερο πληθυσμό και συνεχίζουμε παρόμοια με τον 2^ο τρόπο.

Απάντηση: Τα δύο χωριά έχουν 578 κατοίκους το ένα και 862 το άλλο.

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη:Ε΄

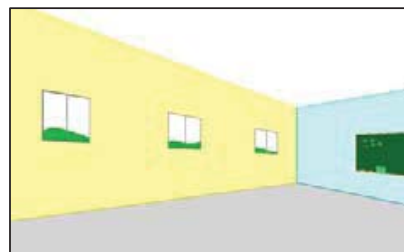
Όνομα: _____

Επώνυμο: _____

Σχολείο: _____

1. Το βάψιμο του τοίχου

Τα παιδιά της Πέμπτης τάξης αποφάσισαν να βάψουν έναν τοίχο της τάξης τους. Ο τοίχος έχει σχήμα ορθογώνιο με μήκος 8 μ. και ύψος 4μ. και 3 παράθυρα που το καθένα έχει εμβαδό 1 τετραγωνικό μέτρο. Στο χρωματοπωλείο ο κ.



Μηνάς τους είπε ότι ένα κουτί μπογιά φτάνει για να βαφτούν 5 τετραγωνικά μέτρα τοίχου και κοστίζει 3,5 ευρώ. Πόσο θα πληρώσουν για να βάψουν τον τοίχο;

Λύση:

Όλος ο τοίχος έχει εμβαδό: $8 \times 4 = 32$ τετραγωνικά μέτρα

Η επιφάνεια του τοίχου που θα βάψουν είναι: $32 - 3 = 29$ τετραγωνικά μέτρα

Τα κουτιά μπογιάς που χρειάζονται είναι:

29	5
40	5,8
0	

Άρα θα αγοράσουν 6 κουτιά μπογιά και θα πληρώσουν: $6 \times 3,5 = 21$ €

Απάντηση: Για να βάψουν τον τοίχο θα πληρώσουν 21 €.

2. Παιχνίδι με τους αριθμούς

Να βρεθεί ο μεγαλύτερος αριθμός της τρίτης χιλιάδας, που τελειώνει σε 6, έχει άθροισμα ψηφίων 17 και διαιρείται τέλεια με το 8.

Λύση:

3^η χιλιάδα: 2001 έως 3000. Ο αριθμός που ζητάμε έχει τελευταίο ψηφίο 6, άρα πρώτο ψηφίο 2.
 Τα δυο μεσαία του ψηφία έχουν άθροισμα: $17 - 2 - 6 = 9$, άρα είναι μεταξύ των: 2096, 2186, 2276, 2366, 2456, 2546, 2636, 2726, 2816 και 2906. Αφού ζητάμε τον μεγαλύτερο θα τους ελέγξουμε από τον μεγαλύτερο ως το μικρότερο μέχρι να βρούμε τον πρώτο που διαιρείται τέλεια με το 8:

2906	8
50	363
26	
2	δεν είναι τέλεια η διαίρεση

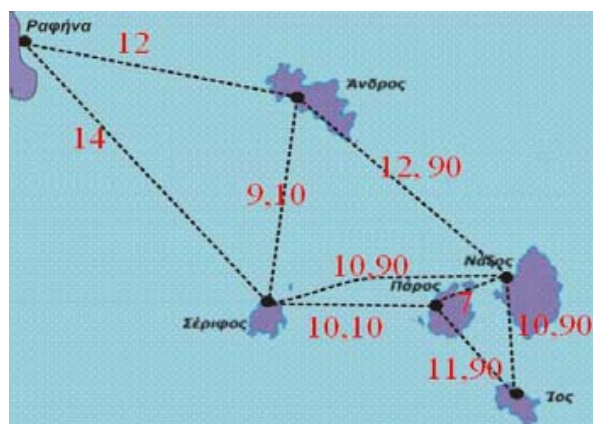
2816	8
41	352
16	
0	είναι τέλεια η διαίρεση

Απάντηση: Ο ζητούμενος αριθμός είναι ο 2816.

3. Ταξίδι στο Αιγαίο.

Στο διπλανό χάρτη είναι σημειωμένες κάποια δρομολόγια πλοίων με τις αντίστοιχες τιμές των εισιτηρίων (σε ευρώ) για ένα ενήλικο άτομο στην οικονομική θέση. Ο Θείος Πέτρος θέλει να ταξιδέψει από τη Ραφήνα για την Ίο.

Ποια διαδρομή είναι η πιο οικονομική;



Λύση:

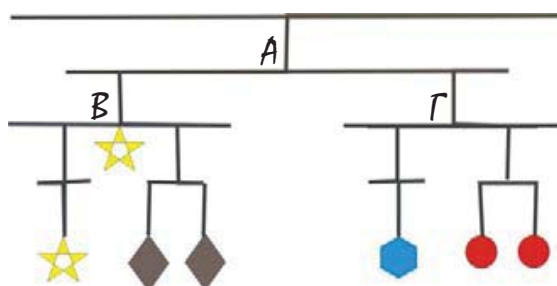
Αν περάσει δυο φορές από ένα νησί, η διαδρομή θα στοχίσει υπερβολότερα από κάποια άλλη. Άρα οι δυνατές διαδρομές, είναι: Ρ-Ε-Α-Ν-Ι, Ρ-Ε-Α-Ν-Π-Ι, Ρ-Ε-Π-Ν-Ι, Ρ-Ε-Ν-Π-Ι, Ρ-Ε-Π-Ι, Ρ-Ε-Ν-Ι, Ρ-Α-Ε-Ν-Ι, Ρ-Α-Ε-Ν-Π-Ι, Ρ-Α-Ε-Π-Ν-Ι, Ρ-Α-Ε-Π-Ι, Ρ-Α-Ν-Π-Ι και Ρ-Α-Ν-Ι. Θα ελέγξουμε μόνο τις υπογραμμισμένες διαδρομές, αφού η απευθείας σύνδεση δύο νησιών είναι φθηνότερη από την παρεμβολή τρίτου νησιού μεταξύ τους:

$$\begin{aligned}
 \text{Ρ-Ε-Π-Ι: } & 14 + 10,10 + 11,90 = 36 \text{ €} \\
 \text{Ρ-Ε-Ν-Ι: } & 14 + 10,90 + 10,90 = 35,80 \text{ €} \\
 \text{Ρ-Α-Ν-Ι: } & 12 + 12,90 + 10,90 = 35,80 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Απάντηση: Είναι δύο οι πιο οικονομικές διαδρομές: Ρ-Ε-Ν-Ι και Ρ-Α-Ν-Ι.

4. Ισορροπία

Οι μαθητές της Πέμπτης τάξης κατασκεύασαν αυτό το κρεμαστό διακοσμητικό. Έβαλαν τα στολίδια, έτσι ώστε να ισορροπεί. Τα όμοια αντικείμενα έχουν το ίδιο βάρος και ο ένας κύκλος ζυγίζει 30 γραμμάρια πόσο ζυγίζει ο ένας ρόμβος;



Λύση:




Στο σχήμα σημειώσαμε τα σημεία ισορροπίας που μας ενδιαφέρουν.








Το  που κρέμεται ακριβώς στο σημείο Β δεν επηρεάζει την ισορροπία του, ειδικά αν από τα

σημεία αυτά βλέπουμε ότι:  +  = 

Από το σημείο Α βλέπουμε ότι:  +  +  +  =  +  + , ή λόγω της

ισορροπίας:  +  +  =  +  + 

Από το σημείο Γ βλέπουμε ότι:  =  + , έτσι η ισορροπία γίνεται:

 +  +  =  +  +  +  = 30 + 30 + 30 + 30 = 120, δηλαδή:

 = 120 : 3 = 40, έτσι:  +  = 40 και  = 40 : 2 = 20

Απάντηση: Ο ένας ρόμβος ζυγίζει 20 γραμμάρια.

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: Ε΄

Όνοματεπώνυμο:

Σχολείο:

Το ημερολόγιο

Ο Πέτρος ζήτησε από το φίλο του Χρήστο να διαλέξει 4 αριθμούς από το διπλανό ημερολόγιο που να σχηματίζουν τετράγωνο (για παράδειγμα τους 1, 2, 8 και 9) και να του πει το άθροισμά τους. Ο Χρήστος του είπε τον αριθμό 76. Μετά από λίγο ο Πέτρος βρήκε τους 4 αριθμούς.

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ						
Δε	Τρ	Τε	Πε	Πα	Σα	Κυ
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28						

Έχει την ικανότητα να «διαβάσει» το μυαλό του φίλου του ή μπορείτε και εσείς να τους βρείτε;

Λύση:

1ος τρόπος:

Για το τετράγωνο του παραδείγματος (1, 2, 8, 9) το άθροισμα είναι 20, ενώ το αμέσως μεγαλύτερο άθροισμα (για το τετράγωνο 2, 3, 9, 10) είναι 24. Τα άθροισμα διαφέρουν κατά 4.

Αλλά από όποιο τετράγωνο και αν ξεκινήσουμε το αμέσως επόμενο τετράγωνο έχει άθροισμα κατά 4 μεγαλύτερο, αφού οι αριθμοί που το σχηματίζουν είναι κατά 1 μεγαλύτεροι από τους αντίστοιχους αριθμούς του προηγούμενου.

Το άθροισμα του τετραγώνου του Χρήστου διαφέρει από το πρώτο τετράγωνο κατά $76 - 20 = 56$.

Αν κάθε μετακίνηση από ένα τετράγωνο στο επόμενο του τη θεωρήσουμε ως ένα «βήμα», χρειάζονται $56 : 4 = 14$ «βήματα» για να μετακινηθούμε από το πρώτο τετράγωνο

στο τετράγωνο του Χρήστου.

Άρα το τετράγωνο του Χρήστου ξεκινά από το $1 + 14 = 15$.

2ος τρόπος:

Οι κάτω αριθμοί του τετραγώνου είναι κατά 7 μεγαλύτεροι από τους επάνω, δηλαδή το άθροισμα των κάτω αριθμών είναι κατά 14 μεγαλύτερο από το άθροισμα των επάνω.

Άρα το $76 - 14 = 62$ είναι διπλάσιο από το άθροισμα των επάνω αριθμών του τετραγώνου. Δηλαδή οι επάνω αριθμοί έχουν άθροισμα $62 : 2 = 31$.

Ο δεύτερος αριθμός του τετραγώνου είναι κατά 1 μεγαλύτερος από τον πρώτο. Επομένως ο διπλάσιος αριθμός από τον πρώτο είναι $31 - 1 = 30$ και ο πρώτος είναι ο $30 : 2 = 15$.

Σημείωση: Παρόμοια, αφαιρώντας 2 από το άθροισμα βρίσκουμε το διπλάσιο άθροισμα των αριστερών αριθμών του τετραγώνου και αφαιρώντας από το άθροισμα των αριστερών αριθμών το 7 βρίσκουμε το διπλάσιο του πρώτου αριθμού.

Δηλαδή:

$76 - 2 = 74$, $74 : 2 = 37$, $37 - 7 = 30$ και $30 : 2 = 15$.

3ος τρόπος:

Ο 2ος, ο 3ος και ο 4ος αριθμός του τετραγώνου είναι κατά 1, 7 και 8 μεγαλύτεροι από τον 1ο.

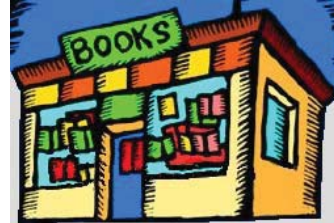
Έτσι το άθροισμα των τεσσάρων αριθμών είναι μεγαλύτερο κατά $1 + 7 + 8 = 16$ από τον τετραπλάσιο του 1ου.

Άρα ο πρώτος είναι ίσος με $(76 - 16) : 4 = 15$.

Απάντηση: Το τετράγωνο του Χρήστου αποτελείται από τους αριθμούς 15, 16, 22 και 23.

Στο βιβλιοπωλείο

Ο Γιάννης πλήρωσε για δύο τετράδια, δύο μολύβια και ένα στυλό 4 €. Η Ελένη αγόρασε από το ίδιο κατάστημα ένα ίδιο τετράδιο, ένα ίδιο μολύβι και δύο ίδια στυλό και πλήρωσε 2 € και 90



λεπτά. Η Μαρία θα αγοράσει από το ίδιο κατάστημα ένα από κάθε είδος.

Πόσα χρήματα θα πληρώσει;

Λύση:

$$2 \text{ τετράδια, } 2 \text{ μολύβια, } 1 \text{ στυλό} \rightarrow 4 \text{ €}$$

$$1 \text{ τετράδιο, } 1 \text{ μολύβι, } 2 \text{ στυλό} \rightarrow 2,9 \text{ €}$$

$$\text{Άρα: } 3 \text{ τετράδια, } 3 \text{ μολύβια, } 3 \text{ στυλό} \rightarrow 6,9 \text{ €}$$

$$\text{Και: } 1 \text{ τετράδιο, } 1 \text{ μολύβι, } 1 \text{ στυλό} \rightarrow 6,9 : 3 = 2,3 \text{ €}$$

Σημείωση: Η λύση μπορεί να παρουσιαστεί και ως:

$$\tau + \tau + \mu + \mu + \sigma = 4$$

$$\tau + \mu + \sigma + \sigma = 2,9$$

$$\text{Άρα: } \tau + \tau + \tau + \mu + \mu + \mu + \sigma + \sigma + \sigma = 6,9$$

$$\text{ή } 3 \times (\tau + \mu + \sigma) = 6,9$$

$$\text{και: } \tau + \mu + \sigma = 6,9 : 3 = 2,3$$

Αλλά και με εικόνες στις θέσεις των τ , μ , σ :



κ.τ.λ.

Απάντηση: Η Μαρία θα πληρώσει 2 € και 30 λεπτά.

Οι μαθητές της Ε' τάξης

Τα $\frac{5}{8}$ των μαθητών μιας Ε' τάξης ενός Δημοτικού Σχολείου είναι αγόρια. Στην τάξη αυτή υπάρχουν 8 αγόρια περισσότερα από κορίτσια. Πόσοι είναι όλοι μαζί οι μαθητές αυτής της τάξης;



Λύση

Τα κορίτσια είναι τα $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ των μαθητών της τάξης.

Τα αγόρια είναι περισσότερα από τα κορίτσια κατά τα $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8}$ ή το $\frac{1}{4}$ του συνόλου των μαθητών της τάξης.

Άρα το $\frac{1}{4}$ των μαθητών της τάξης είναι 8 και το σύνολο των μαθητών είναι $4 \times 8 = 32$.

Απάντηση: Όλοι μαζί οι μαθητές αυτής της τάξης είναι 32.

Η περίφραξη

Ο κύριος Παναγιώτης θέλει να αλλάξει την ξύλινη περίφραξη ενός οικοπέδου σχήματος τετραγώνου, με εμβαδόν 400 τετραγωνικών μέτρων, με συρματοπλεγμα. Για να στηρίξει το



συρματοπλεγμα χρειάζεται νέους πασσάλους που θα τοποθετήσει σε απόσταση 4 μέτρων τον έναν από τον άλλο. Πόσους πασσάλους πρέπει να παραγγείλει;

Λύση:

Επειδή το εμβαδόν του οικοπέδου σχήματος τετραγώνου είναι 400 τ.μ., η πλευρά του είναι 20 μέτρα (αφού $20 \times 20 = 400$). Κάθε πλευρά οι πασσάλους θα τη χωρίσουν σε $20 : 4 = 5$ τμήματα των 4 μέτρων. Έτσι σε κάθε πλευρά, εκτός από τους πασσάλους στις γωνίες, θα χρειαστούν ακόμη 4 πασσάλους:



Άρα συνολικά θα χρειαστούν $4 + 4 \times 4 = 4 + 16 = 20$ πασσάλους.

Σημείωση: Ο υπολογισμός των πασσάλων μπορεί να γίνει και μέσω της περιμέτρου του τετραγώνου:

Η περίμετρος είναι: $4 \times 20 = 80$ μέτρα, άρα οι πασσάλους θα σχηματίσουν $80 : 4 = 20$ τμήματα των 4 μέτρων. Και επειδή στην αρχή και στο τέλος θα έχουμε τον ίδιο πασσαλό, θα χρειαστούν 20 πασσάλους.

Απάντηση: Ο κύριος Παναγιώτης πρέπει να παραγγείλει 20 πασσάλους.

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: Ε'

Νοερόι υπολογισμοί

Α) Υπολογίζω με το μυαλό πόσο κάνει το: $1 - \frac{1}{4}$. Χρησιμοποιώ δύο τρόπους για να απαντήσω.

Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Απαντήσεις

- 1) Το $1 = \frac{4}{4}$ άρα $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- 2) Το $\frac{1}{4} = 0,25$ άρα το $1 - \frac{1}{4} = 1 - 0,25 = 0,75$ ή $\frac{3}{4}$
- 3) Βλέπω το 1 σαν μια ολόκληρη πίτσα ή ένα ρολόι με τέσσερα τέταρτα. Βγάζω το $\frac{1}{4}$ και μένουν $\frac{3}{4}$.

Β) Υπολογίζω με το μυαλό πόσο κάνει το: $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$. Χρησιμοποιώ δύο τρόπους για να απαντήσω.

Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Απαντήσεις

- 1) Το $\frac{1}{2}$ είναι το μισό $\frac{1}{4}$ χωράει δύο φορές στο μισό.
- 2) Το $\frac{1}{2}$ είναι 0,5, το $\frac{1}{4} = 0,25$, το 0,25 χωράει δύο φορές στο 0,5 ή το 0,5 είναι διπλάσιο από το 0,25.
- 3) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{4}{2} = 2$

Πασχαλινή εκδρομή

Στην Πασχαλινή εκδρομή ενός συλλόγου συμμετείχαν 96 άτομα, άντρες, γυναίκες και παιδιά. Οι άντρες μαζί με τις γυναίκες είναι συνολικά 64, οι γυναίκες με τα παιδιά είναι συνολικά 65. Πόσοι είναι οι άντρες, πόσες οι γυναίκες και πόσα τα παιδιά;

Απάντηση

1^{ος} τρόπος

Διαγωνισμός 2011–Ε' τάξη

64 είναι οι άντρες μαζί με τις γυναίκες και 65 είναι οι γυναίκες με τα παιδιά. $64+65=129$ είναι δύο φορές οι γυναίκες με τους άντρες και τα παιδιά. $129-96=33$ είναι οι γυναίκες. $64-33=31$ είναι οι άντρες και $65-33=32$ είναι τα παιδιά.

2ος τρόπος

Τα παιδιά είναι $96-64=32$

Οι γυναίκες είναι $65-32=33$

Οι άντρες είναι $64-33=31$

Ο γλύπτης

Ο κ. Νίκος, ο γλύπτης, αγόρασε 4 μαρμάρινες πλάκες, που η κάθε μία είχε μήκος 2,5 μέτρα. Πόσες πλάκες του ενός μέτρου μπορεί να κόψει από αυτές;

Απάντηση

Από κάθε πλάκα των 2,5 μέτρων μπορώ να βγάλω δύο πλάκες του ενός μέτρου και μένει 0,5 που δεν μπορεί να το χρησιμοποιήσει.

Άρα από τις 4 πλάκες μπορώ να βγάλω $4 \times 2 = 8$ πλάκες του ενός μέτρου

Το τετράγωνο

Ο Πέτρος υποστηρίζει, ότι ένα σχήμα είναι τετράγωνο όταν αυτό έχει τέσσερις πλευρές που είναι ανά δύο παράλληλες.

Συμφωνείς ή διαφωνείς με τον Πέτρο; Γιατί;

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις και σχήματα στην απάντηση σου.

Απάντηση

Διαφωνώ. Ο Πέτρος δεν έχει δίκιο, αφού για να είναι ένα σχήμα τετράγωνο πρέπει να έχει επιπλέον όλες τις πλευρές ίσες και όλες τις γωνίες ορθές.

Αιτιολόγηση:

Το τετράγωνο έχει τέσσερις πλευρές που είναι ανά δύο παράλληλες αλλά και όλες του τις πλευρές ίσες.

Ή. Τέσσερις πλευρές που είναι ανά δύο παράλληλες έχει και το παραλληλόγραμμο ή το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το οποίο δεν είναι πάντα τετράγωνο.

Διαγωνισμός 2011–Ε' τάξη

Ή Το σχήμα που ακολουθεί έχει την ιδιότητα που αναφέρει ο Πέτρος,



αλλά δεν είναι τετράγωνο.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΤΗΣ Ε' ΤΑΞΗΣ

1) Νοεροί υπολογισμοί

Τα παρακάτω προβλήματα να τα λύσετε υπολογίζοντας με το μυαλό και χωρίς να κάνετε γραπτές πράξεις. Γράψτε τον τρόπο που σκεφτήκατε.

α) Η Μαρία έτρεξε $\frac{1}{2}$ km το πρωί και $\frac{3}{8}$ km το απόγευμα. Έτρεξε τουλάχιστον 1km ;

β) Ένας εργάτης δούλεψε 28 ημέρες για 56 € τη μέρα. Πόσο περίπου θα πληρωθεί;

Απαντήσεις

α) Έτρεξε λιγότερο από 1 Km.

Εξήγηση για την απάντηση:

Το κλάσμα $\frac{3}{8}$ είναι μικρότερο από το $\frac{1}{2}$ ή το μισό. Επομένως το άθροισμα των $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{8}$ θα είναι λιγότερο από το 1.

β) Σωστές απαντήσεις:

Απαντήσεις που προκύπτουν από στρογγυλοποίηση των αριθμών 28 και 56 όπως: $30 \times 60 = 1800$, ή $30 \times 50 = 1500$, ή $30 \times 55 = 1650$ ή κάτι άλλο που προκύπτει από γινόμενο αριθμών κοντά στο 28 και το 56.

Μπορεί κάποιος μαθητής να κάνουν και διόρθωση στο αποτέλεσμα που βρίσκουν με τη στρογγυλοποίηση. π.χ. να λένε περίπου $30 \times 60 = 1800$, αλλά θα είναι λιγότερο από το 1800 κατά 240 ($2 \times 60 = 120$ και $4 \times 30 = 120$), δηλαδή περίπου 1560.

Και οι δύο περιπτώσεις θεωρούνται σωστές

Εξήγηση για την απάντηση:

Εξηγούν για τη στρογγυλοποίηση που κάνουν: π.χ. Κάνω το 28, 30 και το 56, 60 και βρίσκω $30 \times 60 = 1800$

2) Τα ζώακια των παιδιών

Ο Νίκος, η Δανάη, η Ελένη και ο Γιάννης έχουν ο καθένας ένα από τα ζώακια: μία γάτα, ένα σκύλο, ένα παπαγάλο και ένα χρυσόψαρο. Η Δανάη έχει ένα ζώακι που δεν ζει στο νερό. Ο Γιάννης έχει ένα τετράποδο. Η Ελένη έχει ένα πουλί και η Δανάη δεν έχει γάτα. Τι ζώακι έχει ο καθένας;

Επίλυση

Από την ανάγνωση της εκφώνησης διαπιστώνουμε άμεσα ότι Ελένη έχει ένα παπαγάλο. Η Δανάη μπορεί να έχει μόνον σκύλο διότι η εκφώνηση δηλώνει ότι δεν έχει γάτα και το ζώακι της δεν ζει στο νερό. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι ο Γιάννης μπορεί να έχει μόνο γάτα και όχι σκύλο. Ο Νίκος έχει χρυσόψαρο.

3) Πουλιά στα δέντρα

Υπήρχαν 60 πουλιά πάνω σε 3 δέντρα. Κάποια στιγμή 6 πουλιά πέταξαν από το πρώτο δέντρο, 8 πουλιά από το δεύτερο δέντρο και 4 πουλιά από το τρίτο δέντρο. Μετά από αυτό, ο αριθμός των πουλιών σε κάθε δέντρο ήταν ο ίδιος. Πόσα πουλιά υπήρχαν πάνω στο δεύτερο δέντρο στην αρχή;

Επίλυση

Τα πουλιά που έφυγαν από τα τρία δέντρα είναι $6+8+4 = 18$. Τα αφαιρούμε από το σύνολο των πουλιών που ήταν στην αρχή στα δέντρα $60-18 = 42$. Αυτό που βρίσκουμε δηλ. 42 είναι ο αριθμός των πουλιών μετά το πέταγμα από τα τρία δέντρα. Η εκφώνηση σημειώνει ότι αυτά δηλ. τα 42 μοιράζονται ισόποσα στα τρία δέντρα δηλ. $42 : 3 = 14$. Άρα 14 πουλιά σε κάθε δέντρο μετά το πέταγμα.

Στην αρχή στο δεύτερο δέντρο πριν το πέταγμα είναι $14+8 = 22$.

4) Το τετράγωνο

Η Ελένη έκοψε ένα τετράγωνο χαρτί με περίμετρο 20 εκατοστών σε δύο ορθογώνια. Η περίμετρος ενός από τα ορθογώνια είναι 16 εκατοστά. Ποια είναι η περίμετρος του δεύτερου ορθογωνίου;

Επίλυση

Ένα τετράγωνο χαρτί με περίμετρο 20 εκατοστών σημαίνει ότι κάθε πλευρά του τετραγώνου είναι 5 εκατοστά. Όπως και να κόψουμε το τετράγωνο θα έχουμε δύο πλευρές που θα έχουν από 5 εκατοστά. Για να φθάσουμε στα 16 εκατοστά σημαίνει ότι θα πρέπει να κόψουμε στα 3 εκατοστά. Άρα $5+5+3+3 = 16$ εκατοστά που είναι και το ζητούμενο.

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: Ε΄

Όνοματεπώνυμο:.....

Σχολείο:.....

Νοεροί υπολογισμοί



Α) Υπολογίζω με το μυαλό πόσο κάνει $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ με όσους περισσότερους τρόπους μπορώ. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

1ος τρόπος: Κάνω τα κλάσματα ομώνυμα δηλαδή, το $\frac{1}{2}$ γίνεται $\frac{2}{4}$ και έχω: $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

2ος τρόπος: Μετατρέπω τα κλάσματα σε δεκαδικούς: το $\frac{3}{4} = 0,75$ και $\frac{1}{2} = 0,5$. Άρα $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = 0,75 - 0,5 = 0,25$, $0,25 = \frac{1}{4}$

3ος τρόπος: Φαντάζομαι ένα ρολόι και σκέφτομαι ότι το $\frac{3}{4}$ είναι $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{4}$, άρα, $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Β) Υπολογίζω με το μυαλό πόσο κάνει $0,3 \times 0,3$ με όσους περισσότερους τρόπους μπορώ. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

1ος τρόπος: Κάνω τον πολλαπλασιασμό των δεκαδικών αριθμών $0,3 \times 0,3 = 0,09$

2ος τρόπος: Μετατρέπω τους δεκαδικούς $0,3$ σε κλάσματα που είναι $\frac{3}{10}$. Άρα $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$.

3ος τρόπος Μετατρέπω το $0,3$ σε κλάσμα και είναι $\frac{3}{10}$. Άρα $\frac{3}{10} \times 0,3 = \frac{0,9}{10} = 0,09$.

Διαγωνισμός 2013–Ε' τάξη

Γ) Συγκρίνω τα κλάσματα $\frac{4}{7}$ και $\frac{4}{5}$. Ποιο είναι μεγαλύτερο; Χρησιμοποιώ όσους περισσότερους τρόπους μπορώ. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

1ος τρόπος: Αφού έχουν κοινό αριθμητή μεγαλύτερο θα είναι όποιο έχει μικρότερο παρονομαστή δηλαδή το $\frac{4}{5}$.

2ος τρόπος: Τα κάνω ομώνυμα και έχω $\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$ και $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$. Επομένως μεγαλύτερο είναι το $\frac{4}{5}$.

3^{ος} τρόπος: Εκτελώ τις διαιρέσεις και έχω $4:7=0,5$ και $4:5=0,8$. Άρα μεγαλύτερο είναι το $\frac{4}{5}$.

Βαθμολογία

Νοερόι υπολογισμοί: $A) + B) + \Gamma) = 2,5$ μονάδες

Γενικά θα υπολογίζουμε κάθε θέμα (από τα A), B) και Γ)) με 0,5 αν δίνει μόνο ένα τρόπο σωστό και με 1 αν δίνει δύο ή και περισσότερους τρόπους σωστούς.

Έτσι λοιπόν:

Αν απαντήσει και στα τρία: A), B) ή Γ) με δύο ή περισσότερους σωστούς τρόπους θα πάρει 2,5.

Αν απαντήσει στα δύο από τα τρία: A), B) ή Γ) με δύο ή περισσότερους σωστούς τρόπους και στο τρίτο με έναν τρόπο θα πάρει 2,5

Αν απαντήσει μόνο σε ένα από τα τρία: A), B) ή Γ) με ένα μόνο σωστό τρόπο θα πάρει 0,5

Αν απαντάει σε δύο από τα τρία: A), B) ή Γ) με ένα μόνο σωστό τρόπο θα πάρει 1

Αν απαντήσει και στα τρία: A), B) ή Γ) με ένα μόνο σωστό τρόπο θα πάρει 1,5

Στο κυλικείο

Η Μαρία αγόρασε τρία κρουασάν και πλήρωσε 1 Ευρώ και 50 λεπτά.

Η Ελένη αγόρασε δύο τυρόπιτες και πλήρωσε 2 ευρώ και 40 λεπτά.

Πόσα θα πληρώσει η Δανάη που αγόρασε ένα κρουασάν και μία τυρόπιτα;



Διαγωνισμός 2013–Ε' τάξη

Λύση: Τα τρία κρουασάν κοστίζουν 1,50 Ευρώ, άρα το ένα κρουασάν κοστίζει $1,5:3 = 0,50$ Ευρώ. Οι δύο τυρόπιτες κοστίζουν 2,40 Ευρώ, άρα η μία τυρόπιτα κοστίζει $2,4:2 = 1,20$ Ευρώ. Οπότε ένα κρουασάν και μία τυρόπιτα κοστίζουν $0,50 + 1,20 = 1,70$ Ευρώ.

Απάντηση: Η Δανάη για ένα κρουασάν και μια τυρόπιτα θα πληρώσει 1,70 Ευρώ

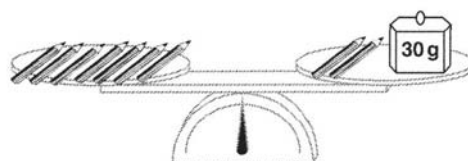
Βαθμολογία

Η άσκηση βαθμολογείται με 2,5 μονάδες.

Η κάθε πράξη βαθμολογείται με 0,83 μονάδες

Το βάρος του μολυβιού

Πόσο ζυγίζει ένα μολύβι:



Λύση:

Παρατηρούμε ότι η ζυγαριά ισορροπεί έχοντας από τη μία μεριά 7 μολύβια και από την άλλη 2 μολύβια και ένα ζύγι 30 g. Αυτό σημαίνει ότι τα 5 μολύβια ισοδυναμούν με το ζύγι 30g. Άρα ένα μολύβι ζυγίζει $30:5 = 6g$.

Απάντηση: Το ένα μολύβι ζυγίζει 6g

Βαθμολογία

Η άσκηση βαθμολογείται με 2,5 μονάδες

Το κάθε βήμα βαθμολογείται με 1,25 μονάδες

Πού είναι η σοκολάτα:

Έχουμε τρία κουτιά, ένα λευκό, ένα κόκκινο και ένα πράσινο. Σε ένα από αυτά υπάρχει μία σοκολάτα. Σε ένα



3

Διαγωνισμός 2013–Ε' τάξη

άλλο υπάρχει ένα μήλο. Το τρίτο είναι άδειο. Ξέρουμε ότι το άδειο κουτί είναι το λευκό ή το κόκκινο. Ξέρουμε ότι το μήλο δεν είναι ούτε στο λευκό ούτε στο πράσινο. Σε ποιο κουτί είναι η σοκολάτα;

Λύση: Το μήλο δεν είναι μέσα ούτε στο λευκό ούτε στο πράσινο κουτί, άρα είναι μέσα στο κόκκινο. Το άδειο κουτί είναι το λευκό ή το κόκκινο. Το κόκκινο κουτί περιέχει το μήλο, άρα το άδειο κουτί είναι το λευκό. Οπότε η σοκολάτα είναι μέσα στο πράσινο κουτί.

Απάντηση: Η σοκολάτα είναι στο πράσινο κουτί

Βαθμολογία

Η άσκηση βαθμολογείται με 2,5 μονάδες.

Κάθε βήμα σκέψης βαθμολογείται με 0,83 μονάδες

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: Ε΄

Όνοματεπώνυμο:.....

Σχολείο:.....

Οι κάρτες

Ο Γιώργος χάρισε στους φίλους του 31 κάρτες με ποδοσφαιριστές. Έξι φίλοι του πήραν από 3 κάρτες ο καθένας. Εφτά φίλοι του πήραν από μία κάρτα και οι υπόλοιποι πήραν από 2 κάρτες. Πόσοι ήταν οι φίλοι του Γιώργου που πήραν από 2 κάρτες; Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες.



Λύση:

$$6 \times 3 = 18 \text{ κάρτες}$$

$$7 \times 1 = 7 \text{ κάρτες}$$

$$18 + 7 = 25 \text{ κάρτες}$$

$31 - 25 = 6$ κάρτες. Αυτές θα πρέπει να μοιραστούν ανά δύο. Άρα $6 : 2 = 3$ φίλοι του Γιώργου θα πάρουν από 2 κάρτες

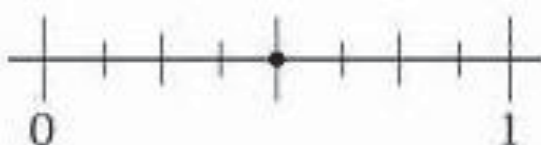
Εξήγηση:

Βαθμολόγηση

Το θέμα αυτό βαθμολογείται με 2 μονάδες. Η κάθε πράξη βαθμολογείται με 0,4 μονάδες.

Στην αριθμογραμμή

Στην αριθμογραμμή που ακολουθεί, η τελεία αντιστοιχεί στο $\frac{1}{2}$. Μπορείς να τοποθετήσεις τα κλάσματα $\frac{3}{8}$ και $\frac{3}{4}$;



Απάντηση

Η τελεία για το κλάσμα $\frac{3}{8}$ θα τοποθετηθεί στο αριστερά του $\frac{1}{2}$ και η τελεία για το κλάσμα $\frac{3}{4}$ θα τοποθετηθεί ακριβώς στη μέση μεταξύ $\frac{1}{2}$ και 1 δεξιά της τελείας του $\frac{1}{2}$

Βαθμολόγηση

Το θέμα αυτό βαθμολογείται με 2 μονάδες. Κάθε σωστή τοποθέτηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

Ο πολλαπλασιασμός πάντα μεγαλώνει;



Η Μαρίνα είπε: «Μπορώ να πολλαπλασιάσω το 6 με έναν άλλο αριθμό και να έχω ως αποτέλεσμα έναν αριθμό μικρότερο από το 6». Ο Κώστας είπε: «Όχι, δεν μπορείς! Αν πολλαπλασιάσεις έναν αριθμό με το 6, τότε το αποτέλεσμα είναι ή 6 ή ένας μεγαλύτερος αριθμός. Ποιο από τα δύο παιδιά έχει δίκιο; Γιατί;

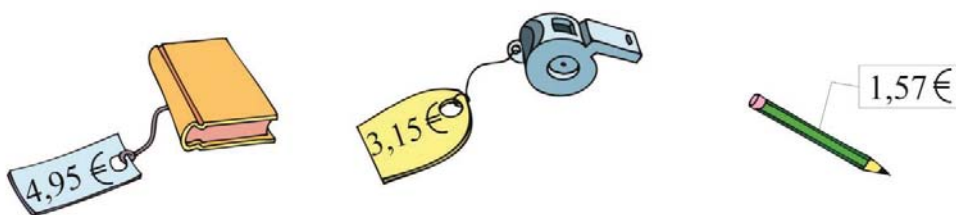
Απάντηση: Η Μαρίνα έχει δίκιο διότι αν πολλαπλασιάσουμε το 6 με ένα κλάσμα ή δεκαδικό αριθμό μικρότερο του 1 τότε θα έχουμε αποτέλεσμα μικρότερο του 6.

Εξήγηση:

Βαθμολόγηση

Το θέμα αυτό βαθμολογείται με 2 μονάδες. Το σωστό παράδειγμα δίνει και τις 2 μονάδες.

Εκτίμηση



Ο Γιώργος έχει 10 ευρώ και θέλει να αγοράσει το βιβλίο, τη σφυρίχτρα και το μολύβι που βλέπετε στην εικόνα. Σε ποια από τις παρακάτω προτάσεις φαίνεται ότι γίνεται **εκτίμηση** και όχι ακριβής υπολογισμός;

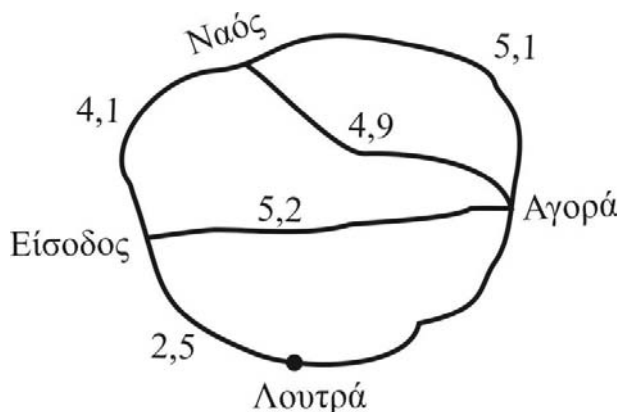
- A) Ο Γιώργος προσπαθεί να αποφασίσει αν του φτάνουν τα χρήματά του για να αγοράσει τα αντικείμενα που θέλει.
- B) Ο υπάλληλος «περνάει» τα αντικείμενα από την ταμειακή μηχανή.
- Γ) Ο υπάλληλος λέει στο Γιώργο πόσο κοστίζουν τα αντικείμενα.
- Δ) Ο Γιώργος μετράει τα ρέστα του.

Απάντηση: A) διότι όλες οι άλλες απαντήσεις αποτελούν ακριβή υπολογισμό του ποσού που κοστίζουν τα αντικείμενα.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

Στον αρχαιολογικό χώρο



Ο παραπάνω χάρτης δείχνει τις αποστάσεις, σε χιλιόμετρα, μεταξύ διαφόρων τοποθεσιών σε έναν αρχαιολογικό χώρο. Η Δανάη διανύει τη μικρότερη δυνατή συνολικά απόσταση μεταξύ των διαδρομών που φαίνονται στο χάρτη. Ξεκινάει από την είσοδο, επισκέπτεται την Αγορά,

Διαγωνισμός 2014–Ε' τάξη

το Ναό και τα Λουτρά, αλλά όχι αναγκαστικά με αυτήν τη σειρά, και μετά επιστρέφει στην είσοδο.

Εάν δεν επιστρέψει από τις διαδρομές που πέρασε και η συνολική διαδρομή που διήνυσε η Δανάη είναι 14,7 χιλιόμετρα, ποια είναι η απόσταση μεταξύ της Αγοράς και των Λουτρών;

Απάντηση:

Σημαντικό σημείο της εκφώνησης είναι ότι η Δανάη θα διανύσει τη μικρότερη δυνατή απόσταση μεταξύ των διαδρομών του χάρτη. Αυτό μας οδηγεί να επιλέξουμε τη διαδρομή Ναός - Αγορά = 4,9 και όχι Ναός - Αγορά = 5,1

Είσοδος - Ναός = 4,1

Ναός - Αγορά = 4,9

Αγορά - Λουτρά = ?

Λουτρά - Είσοδος = 2,5

Άρα $4,1 + 4,9 + ? + 2,5 = 14,7$

Άρα $11,5 + ? = 14,7$, Άρα $? = 3,2$ δηλ. η απόσταση Αγορά - Λουτρών είναι 3,2

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες. Το κάθε μέρος (πράξη) της λύσης βαθμολογείται με 0,4 μονάδες

Λύσεις Θεμάτων Ε' Τάξης

Οι παρακάτω λύσεις είναι ενδεικτικές. Φυσικά γίνονται δεκτοί και άλλοι τρόποι επίλυσης των θεμάτων.

Θέμα 1ο

1. Η ηλικία του σε ημέρες είναι $11 \times 360 = 3.960$ ημέρες
2. Η ηλικία του σε αιώνες είναι $11 : 100 = 0,11$ αιώνες
3. Το ύψος του σε χιλιοστά είναι $1,63 \times 1000 = 1.630$ χιλιοστά
4. Το βάρος του σε τόνους είναι $54,8 : 1000 = 0,0548$ τόνους

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Το κάθε υποερώτημα βαθμολογείται με 0,625 μονάδες.

Θέμα 2ο

Αφαιρώντας 32 κιλά από το συνολικό βάρος της λευκής και της μαύρης αγελάδας έχουμε 2 φορές το βάρος της λευκής αγελάδας $320 - 32 = 288$. Και $288 : 2 = 144$. Άρα η λευκή αγελάδα ζυγίζει 144 κιλά.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Η κάθε πράξη βαθμολογείται με 1,25.

Θέμα 3ο

$9 \times 4 = 36$, η περίμετρος του τετραγώνου είναι 36cm

$36 : 3 = 12$, η πλευρά του ισόπλευρου τριγώνου είναι 12cm

Η πλευρά του ορθογωνίου παραλληλογράμμου που είναι και πλευρά του ισοπλεύρου τριγώνου είναι 12cm. Η άλλη πλευρά (αυτή με το ερωτηματικό) του ορθογωνίου παραλληλογράμμου βρίσκεται με πολλούς τρόπους. Ένας από αυτούς είναι $2 \times 12 = 24$ συνολικά οι δύο μεγάλες ίσες πλευρές του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Τις αφαιρούμε από τη συνολική περίμετρό του $36 - 24 = 12$. Διαιρούμε διά του 2, $12 : 2 = 6$ cm.

Άρα η πλευρά του ορθογωνίου παραλληλογράμμου με το ερωτηματικό είναι 6cm.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Ο υπολογισμός της περιμέτρου του τετραγώνου βαθμολογείται με 0,5 μονάδα. Ο υπολογισμός της πλευράς του ισοπλεύρου τριγώνου βαθμολογείται με 0,5 μονάδα. Οι πλευρές του ορθογωνίου παραλληλογράμμου βαθμολογούνται με 0,5 μονάδα αυτή που είναι 12cm και με 1 μονάδα αυτή με το ερωτηματικό.

Θέμα 4^ο

Το κουνέλι τρώει τα καρότα σε ομάδα των 5 ή των 3. Θα πρέπει να μπορούμε να γράψουμε το 27 ως άθροισμα ενός πολλαπλασίου του 5 και ενός πολλαπλασίου του 3. Τα πολλαπλάσια του 5 είναι 5, 10, 15, 20, 25 κ.λπ. και αν δεν πάρουμε κανένα πολλαπλάσιο του 5 δεν μπορούμε ως πολλαπλάσιο του 3 σε 7 ημέρες να φθάσουμε στο 27 καρότα. Η μοναδική περίπτωση είναι $27 = 15 + 12 = (3 \times 5) + (4 \times 3)$.

Αυτό σημαίνει ότι έχουμε 4 ημέρες με 2 λάχανα και 3 καρότα και 3 ημέρες με ένα λάχανο και 5 καρότα. Άρα το κουνέλι έφαγε 11 λάχανα αυτή την εβδομάδα $(4 \times 2) + (3 \times 1) = 11$.

Βαθμολόγηση

Το θέμα βαθμολογείται συνολικά με 2,5 μονάδες. Η πρώτη ανάλυση του $27 = 15 + 12 = (3 \times 5) + (4 \times 3)$ βαθμολογείται με 1,5 μονάδες. Οι επόμενες αναλύσεις βαθμολογούνται με 0,5 μονάδα. Το τελικό άθροισμα $(4 \times 2) + (3 \times 1) = 11$ βαθμολογείται με 0,5 μονάδα.