ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ
βασιλειάδη
γυμνάσιο-λύκειο

3 Ιουνίου 2020

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ
ΥΠΟΤΡΟΦΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ
ΤΗΣ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΤΟΥ ΕΤΟΥΣ 2020-2021

ΘΕΜΑ ΠΡΩΤΟ

Να υπολογιστούν τα Α και Β γνωρίζοντας ότι

$A=\frac{3}{4}:\frac{5}{6}+\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{5}+0{,}2\right)-1:\frac{10}{9}$, $B=2\cdot\left(5\cdot\frac{2}{3}+\frac{5}{2}:3\right)+\frac{1}{2}:0{,}2$.

ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ

Έχουμε $A=\frac{3}{4}\cdot\frac{6}{5}+\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)-1\cdot\frac{9}{10}=\frac{18}{20}+\frac{5}{2}\cdot\frac{2}{5}-\frac{9}{10}=\frac{9}{10}+1-\frac{9}{10}=1.$

$$B=2\cdot\left(\frac{10}{3}+\frac{5}{2}:\frac{3}{1}\right)+\frac{1}{2}:\frac{1}{5}=2\cdot\left(\frac{10}{3}+\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{1}=$$

$$=2\cdot\left(\frac{10}{3}+\frac{5}{6}\right)+\frac{5}{2}=2\cdot\left(\frac{20}{6}+\frac{5}{6}\right)+\frac{5}{2}=2\cdot\frac{25}{6}+\frac{5}{2}=\frac{25}{3}+\frac{5}{2}=\frac{50+15}{6}=\frac{65}{6}$$

ΘΕΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟ

α) Να βρείτε πόσο πρέπει να αυξηθεί ο αριθμός 0,3 ώστε να τριπλασιαστεί.

β) Ποιον ακέραιο θετικό αριθμό, τον ίδιο, πρέπει να προσθέσετε στον αριθμητή και στον παρονομαστή του κλάσματος $\frac{3}{5}$, ώστε να προκύψει κλάσμα ισοδύναμο με τον αριθμό 0,8.

γ) Ποιον ακέραιο θετικό αριθμό, τον ίδιο, πρέπει να αφαιρέσετε από τον αριθμητή και από τον παρονομαστή του κλάσματος $\frac{5}{6}$, ώστε το κλάσμα που θα προκύψει να είναι ισοδύναμο με τον αριθμό 0,5.

δ) Ποιον ακέραιο θετικό αριθμό, τον ίδιο, πρέπει να αφαιρέσετε από τον αριθμητή και από τον παρονομαστή του κλάσματος $\frac{5}{9}$, ώστε να προκύψει κλάσμα ισοδύναμο με τον αριθμό 0,5.

ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ

Έχουμε α) 0,6, β) 5, γ) 4, δ) 1

ΘΕΜΑ ΤΡΙΤΟ

Ένας μανάβης αγόρασε 100 κιλά πορτοκάλια και 80 κιλά μήλα και πλήρωσε 128 ευρώ.

Ένας άλλος αγόρασε 200 κιλά πορτοκάλια και 100 κιλά μήλα, στην ίδια τιμή κιλού με τον πρώτο, και πλήρωσε 220 ευρώ.

Να βρείτε πόσο αγόρασαν το 1 κιλό του κάθε φρούτου.

ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΤΡΙΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ

Εάν ο πρώτος αγόραζε διπλάσια ποσότητα από αυτήν που αγόρασε θα πλήρωνε διπλάσια χρήματα.

Εάν επομένως αγόραζε 200 κιλά πορτοκάλια και 160 κιλά μήλα θα πλήρωνε 256 ευρώ.

Επειδή όμως ο δεύτερος αγόρασε 200 κιλά πορτοκάλια και 100 κιλά μήλα, δηλαδή 60 κιλά μήλα λιγότερα και πλήρωσε 220 ευρώ, συμπεραίνουμε ότι τα 60 κιλά μήλα αξίζουν 256–220=36 ευρώ και το 1 κιλό 36 :60=0,6 ευρώ.

Εφόσον 200 κιλά πορτοκάλια και 100 κιλά μήλα στοιχίζουν 220 ευρώ και μόνο τα μήλα στοιχίζουν $100 \cdot 0{,}60 = 60$ ευρώ, συμπεραίνουμε ότι τα 200 κιλά πορτοκάλια στοιχίζουν $200 = 220 - 60 = 160$ ευρώ και συνεπώς το 1 κιλό πορτοκάλια στοιχίζει $160 : 200 = 0{,}8$ ευρώ.

ΘΕΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟ

Από τους μαθητές της έκτης τάξης ενός σχολείου δήλωσαν συμμετοχή σε μια εκπαιδευτική εκδρομή 61 μαθητές και σύμφωνα με τις δηλώσεις αυτές ο διευθυντής του σχολείου προσδιόρισε το κόστος της συμμετοχής του κάθε μαθητή στην εκδρομή.

Στο τέλος όμως διαπιστώθηκε ότι 3 μαθητές, που ενώ δήλωσαν συμμετοχή στην εκδρομή, δεν προσήλθαν. Έτσι ο καθένας από τους μαθητές που πήγαν εκδρομή χρεώθηκε με άλλα 12 επιπλέον ευρώ.

Να βρείτε το κοστολόγιο της εκδρομής και το ποσό που πλήρωσε κάθε μαθητής που πήγε εκδρομή.

ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΤΕΤΑΡΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ

Σύμφωνα με το πρόβλημα, οι μαθητές που πήγαν εκδρομή ήταν τελικά $61 - 3 = 58$ και η συμμετοχή του καθενός αυξήθηκε κατά 12 ευρώ, γιατί 3 μαθητές υπαναχώρησαν και τα χρήματα που θα πλήρωναν οι μαθητές αυτοί τα χρεώθηκαν οι 58 μαθητές που πήγαν τελικά εκδρομή.

Επειδή ο κάθε μαθητής που πήγε εκδρομή χρεώθηκε με επί πλέον 12 ευρώ συμπεραίνουμε ότι τα χρήματα που θα πλήρωναν οι τρεις μαθητές ήσαν 58·12=696 ευρώ και συνεπώς ο καθένας θα πλήρωνε 696:3=232 ευρώ.

Έτσι, ενώ κάθε μαθητής που πήγε στην εκδρομή, θα πλήρωνε 232 ευρώ, χρεώθηκε με άλλα 12 ευρώ και πλήρωσε έτσι $232 + 12 = 244$ ευρώ.

Επομένως η εκδρομή στοίχισε $58 \cdot 244 = 14152$ ευρώ.

ΘΕΜΑ ΠΕΜΠΤΟ

Οι ετήσιες αμοιβές δύο υπαλλήλων μιας επιχείρησης διαφέρουν κατά 2400 ευρώ.

Εάν η αμοιβή του καθενός αυξάνεται κατά 120 ευρώ ανά έτος και σε μία πενταετία η αμοιβή του ενός έγινε ίση με τα $\frac{3}{4}$ της αμοιβής του άλλου, να βρείτε τις αμοιβές που είχαν στην αρχή της πενταετίας.

ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΕΜΠΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ

Εφόσον οι ετήσιες αυξήσεις των αμοιβών των δύο υπαλλήλων είναι ίσες, συμπεραίνουμε ότι η διαφορά των αμοιβών τους είναι πάντα σταθερή, ίση με 2400 ευρώ.

Επομένως, στο τέλος της πενταετίας, οι αμοιβές των δύο υπαλλήλων θα διαφέρουν 2400 ευρώ και η αμοιβή του ενός θα είναι ίση με τα $\frac{3}{4}$ της αμοιβής το άλλου.

Συνεπώς οι αμοιβές τους θα διαφέρουν κατά το $\frac{1}{4}$ της αμοιβής του πρώτου στο τέλος της πενταετίας. Επειδή όμως στο τέλος της πενταετίας οι ετήσιες αμοιβές των υπαλλήλων διαφέρουν κατά 2400 ευρώ, συμπεραίνουμε ότι το $\frac{1}{4}$ της ετήσιας αμοιβής του πρώτου είναι 2400 ευρώ και συνεπώς η ετήσια αμοιβή του πρώτου υπαλλήλου μετά την πενταετία είναι $2400 \cdot 4 = 9600$ και συνεπώς η ετήσια αμοιβή του άλλου υπαλλήλου είναι 2400 ευρώ μικρότερη, είναι δηλαδή $9600 - 2400 = 7200$ ευρώ.

Επειδή κατά τη διάρκεια της πενταετίας οι ετήσιες αυξήσεις που πήρε ο καθένας ήταν $5 \cdot 120 = 600$ ευρώ, συμπεραίνουμε ότι οι ετήσιες αμοιβές τους στην αρχή της πενταετίας ήσαν $9600 - 600 = 9000$ ευρώ του πρώτου και $7200 - 600 = 6600$ ευρώ του δεύτερου.