



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2013

ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 02/11/2013

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1**

(α) Αφού δείξετε ότι  $24 + 23 \times 25 = 24 \times 25 - 1$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{24 + 23 \times 25}{24 \times 25 - 1} + \frac{25 + 24 \times 26}{25 \times 26 - 1} + \frac{26 + 25 \times 27}{26 \times 27 - 1} + \frac{27 + 26 \times 28}{27 \times 28 - 1}$$

**ΛΥΣΗ:**

$$24 + 23 \times 25 = 24 + (24 - 1) \times 25 = 24 + 24 \times 25 - 25 = 24 \times 25 - 1$$

$$\text{Άρα } A = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

(β) Σε μια σειρά γράφουμε τους αριθμούς 01234567891011121314151617 . . .  
Ποιο ψηφίο βρίσκεται στη 2013<sup>η</sup> θέση.

**ΛΥΣΗ:**

Από το 0 ως το 9 έχουμε 10 αριθμούς και 10 ψηφία. Από το 10 ως το 99 έχουμε 90 αριθμούς και  $90 \cdot 2 = 180$  ψηφία.

Από το 100 έως το 700 έχουμε 601 αριθμούς δηλαδή  $601 \cdot 3 = 1803$  ψηφία

Άρα  $10 + 180 + 1803 = 1993$  ψηφία.

Χρειαζόμαστε  $2013 - 1993 = 20$  ψηφία

Οι επόμενοι αριθμοί στη σειρά είναι οι 701702703704705706707708 . . .

Άρα το 20<sup>ο</sup> ψηφίο στη σειρά είναι το 0.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Τα τετραγωνάκια του πιο κάτω  $5 \times 5$  τετραγώνου πρέπει να συμπληρωθούν με τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5 έτσι, ώστε σε κάθε γραμμή, σε κάθε στήλη και κάθε διαγώνιο, το κάθε ψηφίο να εμφανίζεται ακριβώς μια φορά. Ποιο ψηφίο βρίσκεται στο κέντρο του τετραγώνου; Στη συνέχεια συμπληρώστε όλα τα τετραγωνάκια.

3	4			5
2				
				4

### ΛΥΣΗ:

Στη πρώτη διαγώνιο υπάρχουν τα ψηφία 3, 4 και στη δεύτερη το 5. Άρα για το μεσαίο τετράγωνο διαθέσιμα είναι μόνο τα ψηφία 1 και 2.

Αν στη μεσαία θέση, ήταν το 1, τότε για την κάτω αριστερή θέση αποκλείονται τα ψηφία : 3, 2 της πρώτης στήλης, 5, 1 της διαγωνίου, 4 της τελευταίας γραμμής. Αυτό όμως είναι αδύνατο. Άρα στη μεσαία θέση, δηλ. στο κέντρο του τετραγώνου βρίσκεται το ψηφίο 2.

3	4	1	2	5
2	5		4	
	1	2		
	3		1	2
1	2			4

Συμπληρώνω την πρώτη γραμμή 3, 4, 1, 2, 5, μετά το 2 στην τέταρτη γραμμή και το 2 στην Πέμπτη γραμμή, το 4 στη δεύτερη γραμμή και το 3 στην τέταρτη γραμμή. Το 1 στην Πέμπτη γραμμή, το 1 στην τέταρτη γραμμή και το 5 στη δεύτερη γραμμή.

Στη συνέχεια μπαίνει το 1 στην Τρίτη γραμμή.

Εύκολα τοποθετώ τα υπόλοιπα.

3	4	1	2	5
2	5	3	4	1
4	1	2	5	3
5	3	4	1	2
1	2	5	3	4

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Σε ένα φανταστικό ουρανοξύστη με 1000 ορόφους υπάρχουν 5 ανεγκυστήρες. Ο ανεγκυστήρας με αριθμό 1 μπορεί να φθάσει σε οποιονδήποτε όροφο. Ο ανεγκυστήρας με αριθμό 2 φθάνει στους ορόφους 5, 10, 15, 20, . . . κ.ο.κ. Ο ανεγκυστήρας με αριθμό 3 φθάνει στους ορόφους 7, 14, 21, 28, . . . κ.ο.κ. Ο ανεγκυστήρας με αριθμό 4 φθάνει στους ορόφους 17, 34, 51, 68, . . . κ.ο.κ. Ο ανεγκυστήρας με αριθμό 5 φθάνει στους ορόφους 23, 46, 69, 92, . . . κ.ο.κ.

(α) Να εξηγήσετε για ποιον λόγο δεν υπάρχει κάποιος όροφος στον οποίο να φθάνουν όλοι οι ανεγκυστήρες.

(β) Να βρείτε εκείνους τους ορόφους στους οποίους φθάνουν 4 από τους ανεγκυστήρες.

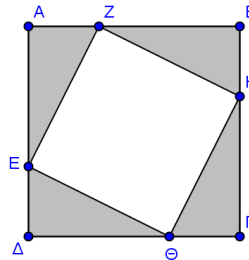
#### ΛΥΣΗ:

(α) Ο όροφος στον οποίο θα έφθαναν όλοι οι ανεγκυστήρες πρέπει να είναι κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 1, 5, 7, 17, 23, αλλά το Ε.Κ.Π αυτών των αριθμών είναι 13685 που είναι αριθμός μεγαλύτερος του 1000.

(β) Όροφοι στους οποίους φθάνουν 4 από τους ανεγκυστήρες πρέπει να είναι εκείνα τα πολλαπλάσια των αριθμών (1, 5, 7, 17) ή των (1, 5, 7, 23) ή των (1, 7, 17, 23) ή των (5, 7, 17, 23) που είναι μικρότερα του 1000. Αυτά είναι οι αριθμοί 595 και 805.

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Στο πιο κάτω σχήμα ένα τετράγωνο βρίσκεται μέσα σε άλλο τετράγωνο. Η περίμετρος του εσωτερικού τετραγώνου είναι 60cm και το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας είναι  $175 \text{ cm}^2$ . Να βρείτε το μήκος της πλευράς του μεγάλου τετραγώνου.



#### ΛΥΣΗ:

Αφού η περίμετρος του εσωτερικού τετραγώνου είναι 60cm τότε η πλευρά του είναι 15 cm και το εμβαδόν του  $E = 15 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 225 \text{ cm}^2$

Το εμβαδόν του μεγάλου τετραγώνου είναι  $175\text{cm}^2 + 225\text{cm}^2 = 400\text{cm}^2$ . Άρα το μήκος της πλευράς του είναι 20cm.