



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2022

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 17/12/2022

Ωρα Εξέτασης: 09:30-11:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Ένα βαρέλι έχει 12 λίτρα κρασί περιεκτικότητας 18% αλκοόλ. Πόσα λίτρα με νερό πρέπει να προσθέσουμε, ώστε η περιεκτικότητα του κρασιού σε αλκοόλ να γίνει 15%; Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

Το 18% των 12 λίτρων είναι : $\frac{18}{100} \times 12 = 2,16$ λίτρα. Επομένως η περιεκτικότητα σε αλκοόλ στο βαρέλι είναι 2,16 λίτρα. Αφού θα προσθέσουμε στο βαρέλι νερό θέλουμε τώρα η περιεκτικότητα σε αλκοόλ να πέσει στο 15%. Δηλαδή,

Στο 15% \rightarrow 2,16

Στο 100% \rightarrow X

Επομένως $X = \frac{216}{15} = 14,4$. Αφού το νέο περιεχόμενο στο βαρέλι θα είναι 14,4 λίτρα, (ώστε το αλκοόλ να αντιστοιχεί στο 15%) και το βαρέλι ήδη περιέχει 12 λίτρα, τότε το επιπλέον νερό που θα πρέπει να προστεθεί είναι : $14,4 - 12 = \mathbf{2,4 \text{ λίτρα νερό}}$

Πρόβλημα 2

Να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία 0,1,2,3,4,5,6,7,8 και 9 για να σχηματίσετε δύο πενταψήφιους αριθμούς. Οι δύο πενταψήφιοι αριθμοί που θα σχηματίσετε θα πρέπει να έχουν τη μικρότερη διαφορά μεταξύ τους. Να αναφέρετε τους δύο πενταψήφιους αριθμούς

και να βρείτε τη διαφορά τους. Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

Για να έχουμε την μικρότερη δυνατή διαφορά πρέπει οι δύο αριθμοί που θα σχηματίσουμε να είναι όσο πιο «κοντά» ο ένας προς τον άλλο και με τα ψηφία τα οποία θα χρησιμοποιήσουμε ο αφαιρετέος να είναι ο μικρότερος δυνατός και ο μειωτέος ο μεγαλύτερος δυνατός.

Αρχίζοντας για τον 1^ο αριθμό με 2 ο 2^{ος} αριθμός θα πρέπει να αρχίζει από 1. Οι αριθμοί μας θα είναι: $20345 - 19876 = 469$.

Συνεχίζοντας με την ίδια διαδικασία έχουμε:

$$30145 - 29876 = 269$$

$$40125 - 39876 = 249$$

$$50123 - 49876 = \mathbf{247}$$

$$60123 - 59874 = 249$$

$$70123 - 69854 = 269$$

$$80123 - 79654 = 469$$

Έτσι, οι δύο μας αριθμοί είναι 50123, 49876 και η διαφορά είναι: **247**.

Πρόβλημα 3

Αν καθένας από τους αριθμούς 1841, 1984 και 2023 διαιρεθεί με έναν συγκεκριμένο ακέραιο αριθμό K , τότε το υπόλοιπο και των τριών διαιρέσεων είναι ακριβώς το ίδιο. Αν ο αριθμός K είναι μεγαλύτερος από το 1, να βρείτε τον αριθμό K . Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

Αφού ο αριθμός K ότα διαιρεί τους αριθμούς 1841, 1984 και 2023 και το υπόλοιπο στις τρεις αυτές διαιρέσεις είναι το ίδιο, τότε ο ίδιος Αριθμός K διαιρεί και τις διαφορές μεταξύ των τριών αυτών αριθμών.

Οι τρεις διαφορές μεταξύ των 1841, 1984 και 2023 είναι:

$$1984 - 1841 = 143 = 11 \times 13$$

$$2023 - 1984 = 39 = 3 \times 13$$

$$2023 - 1841 = 182 = 2 \times 7 \times 13$$

Αφού λοιπόν, ο αριθμός K διαιρεί τις τρεις αυτές διαφορές δηλαδή το 143, 39 και 182, τότε $K = 13$ ο οποίος και είναι ο κοινός διαιρέτης αυτών των τριών διαφορών.

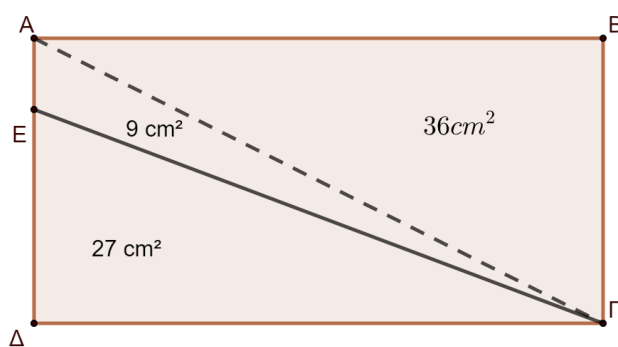
Πρόβλημα 4

Στο ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ (Σχήμα (α)) η απόσταση AE ισούται με το $\frac{1}{4}$ της AD .

Το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta E$ ισούται με 27cm^2 ($E_{\Gamma\Delta E} = 27\text{cm}^2$). Αν διπλώσουμε το ορθογώνιο κατά μήκος της EG θα προκύψει το Σχήμα (β). Αν το εμβαδόν του τριγώνου AZE ισούται 3cm^2 ($E_{AZE} = 3\text{cm}^2$) και το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma H$ ισούται με 16cm^2 ($E_{B\Gamma H} = 16\text{cm}^2$), να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔZH . Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

Στο ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε την διαγώνιο AG . Τότε το εμβαδόν του τριγώνου AEG είναι το $\frac{1}{3}$ του Εμβαδού του τριγώνου $\Gamma\Delta E$ αφού έχουν το ίδιο ύψος $\Gamma\Delta$ και η βάση $AE = \frac{1}{3}\Delta E$. Επομένως το Εμβαδόν του τριγώνου $AEG = 9\text{cm}^2$ και έτσι το τραπέζιο $ABGE$ έχει Εμβαδόν ίσο με $9 + (9 + 27) = 45\text{cm}^2$



Αφού το εμβαδόν των τριγώνων AZE και $B\Gamma H$ είναι ίσα με 3cm^2 και 16cm^2 αντίστοιχα, τότε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ZHGE$ είναι $45 - (3 + 16) = 26\text{cm}^2$. Το Εμβαδόν του τριγώνου $\Delta E\Gamma$ είναι 27cm^2 . Επομένως το ζητούμενο Εμβαδόν του τριγώνου $\Delta ZH = 27 - 26 = 1\text{cm}^2$

