ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2022

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 17/12/2022 *Ώρα Εξέτασης: 09:30-11:30*

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. **Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.**
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

(α) Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα της πιο κάτω αριθμητικής παράστασης. Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$A = \frac{2}{2021} + \frac{1}{674} + 2019 \times \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right)$$

(β) Από έναν φούρνο αγοράσαμε 2 τυρόπιτες και 3 κρουασάν και πληρώσαμε €8,20. Ο κύριος Κώστας, ο οποίος αγόρασε από τον ίδιο φούρνο 6 τυρόπιττες και 10 κρουασάν, πλήρωσε €26,00. Να υπολογίσετε πόσο στοιχίζει μία τυρόπιτα και πόσο στοιχίζει ένα κρουασάν. Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

(α)

$$A = \frac{2}{2021} + \frac{1}{674} + 2019 \times \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right) = \frac{2}{2021} + \frac{3}{2022} + \frac{2019}{2021} + \frac{2019}{2022} = \frac{2+2019}{2021} + \frac{3+2019}{2022}$$
$$= \frac{2021}{2021} + \frac{2022}{2022} = 1 + 1 = \mathbf{2}$$

(β) Οι 2 τυρόπιτες και 3 κρουασάν στοιχίζουν €8,20, Παρατηρούμε ότι η τριπλάσια ποσότητα, δηλαδή 6 τυρόπιτες και 9 κρουασάν θα στοιχίζουν $3 \times 8{,}20 = 24{,}60$. Ο κ. Κώστας αγόρασε 6 τυρόπιττες και 10 κρουασάν, δηλαδή ένα κρουασάν περισσότερο από την προηγούμενη περίπτωση και πλήρωσε €26,00.

Έτσι το ένα κρουασάν, στοιχίζει $26 - 24{,}60 = 1{,}40$. Αφού οι 2 τυρόπιτες και τα τρία κρουασάν στοιχίζουν €8,20, τότε οι 2 τυρόπιτες στοιχίζουν $€8{,}20 - 3 \times 1{,}40 = €4$

Άρα η μία τυρόπιτα στοιχίζει €2 και το κρουασάν €1,40

Πρόβλημα 2

Ο Αντρέας, ο Βασίλης και ο Γιάννης αγόρασαν από ένα βιβλίο ο καθένας. Το βιβλίο του Γιάννη στοίχιζε €1 περισσότερο από το βιβλίο του Αντρέα. Το βιβλίο του Βασίλη στοίχιζε €2 περισσότερα από το βιβλίο του Γιάννη. Ο Γιάννης έδωσε στον βιβλιοπώλη ένα χαρτονόμισμα των €10, ενώ ο Βασίλης και ο Αντρέας έδωσαν από ένα χαρτονόμισμα των €20 ο καθένας. Ο βιβλιοπώλης, επειδή δεν είχε να δώσει ρέστα στον καθένα ξεχωριστά, επέστρεψε συνολικά €23,50.

(α) Να υπολογίσετε πόσο κόστιζε το κάθε βιβλίο.

(β) Να υπολογίσετε πόσα ρέστα θα πάρει ο καθένας.

Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

(α) Το βιβλίο του Γιάννη στοίχιζε €1 περισσότερο από το βιβλίο του Αντρέα .

Το βιβλίο του Βασίλη στοίχιζε €2 περισσότερα από το βιβλίο του Γιάννη . Επομένως το βιβλίο του Βασίλη στοίχιζε €3 περισσότερα από το βιβλίο του Αντρέα.

Το συνολικό κόστος και των τριών βιβλίων ήταν $(10 + 20 + 20) - 23{,}50 = 26{,}50$.

Αν αφαιρέσουμε τα $(1 + 3) = 4$, από τα 16,50, τοτε το ποσό $26{,}50 - 4 = 22{,}50$ διαιρείται εξίσου δια 3. Αφού $22{,}50 \div 3 = 7{,}50$. ***Τότε το κόστος των βιβλίων των τριών παιδιών είναι: Βιβλίο Αντρέα: €7, 50, βιβλίο Γιάννη €8, 50 και βιβλίο Βασίλη €10, 50.***

(β) ρέστα για τον Αντρέα: $20 - 7{,}50 = \mathbf{12{,}50}$

ρέστα για τον Γιάννη: $10 - 8{,}50 = \mathbf{1{,}50}$

ρέστα για τον Βασίλη: $20 - 10{,}50 = \mathbf{9{,}50}$

Πρόβλημα 3

Ένας εξαψήφιος αριθμός σχηματίστηκε με τον πιο κάτω τρόπο:

- Στη θέση των Δεκάδων βρίσκεται ο δεύτερος περιττός (μονός) αριθμός.
- Το ψηφίο των Εκατοντάδων Χιλιάδων είναι διπλάσιο από το ψηφίο των δεκάδων του αριθμού.
- Ο εξαψήφιος αριθμός περιλαμβάνει το ψηφίο 5, το οποίο βρίσκεται μεταξύ δύο ίδιων άρτιων αριθμών μεγαλύτερων από το 5.
- Το άθροισμα όλων των ψηφίων του αριθμού ισούται με 21.

(α) Να βρείτε πόσοι και ποιοι εξαψήφιοι αριθμοί σχηματίζονται με τον πιο πάνω τρόπο.

(β) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του μεγαλύτερου εξαψήφιου αριθμού που σχηματίζεται με τον πιο πάνω τρόπο, όταν αυτός διαιρεθεί δια 4.

Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

(α) Στη θέση των Δεκάδων βρίσκεται ο δεύτερος περιττός (μονός) αριθμός, δηλαδή το 3.

⌋ ⌋ ⌋ ⌋3⌋ ⌋

Το ψηφίο των Εκατοντάδων Χιλιάδων είναι διπλάσιο από το ψηφίο των δεκάδων του αριθμού δηλαδή είναι το 6.

6⌋ ⌋ ⌋ ⌋3⌋ ⌋

Ο εξαψήφιος αριθμός περιλαμβάνει το ψηφίο 5, το οποίο βρίσκεται μεταξύ δύο ίδιων άρτιων αριθμών μεγαλύτερων από το 5. Οι δύο πιθανοί άρτιοι είναι το 6 και το 8. Το 8 όμως απορρίπτεται λόγω του ότι το άθροισμα θα ξεπερνάει το 21 όπως αναφέρεται στη συνέχεια. Έτσι το 5 παίρνει μοναδική θέση στις δεκάδες χιλιαδες και πλαισιώνεται από δύο 6 άρια όπως φαίνεται πιο κάτω

6⌋5⌋6⌋ ⌋3⌋ ⌋

Αφού το άθροισμα των ψηφίων του εξαψήφιου μας αριθμού πρέπει να είναι 21 οι δύο αριθμοί που υπολοίπονται για να συμπληρωθούν οι θέσεις των μονάδων και εκατοντάδων είναι το 1 και το 0, δηλαδή οι **δύο** πιο κάτω εξαψήφιοι αριθμοί:

6⌋5⌋6⌋1⌋3⌋0⌋, ή 6⌋5⌋6⌋0⌋3⌋1⌋

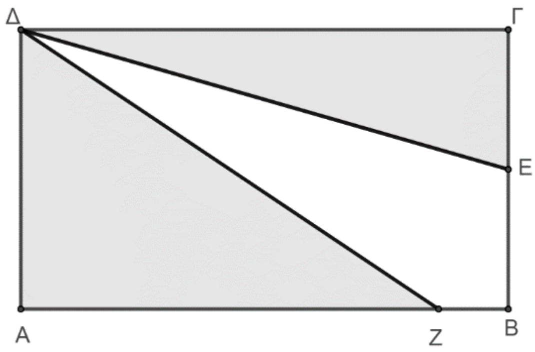
(β) Ο μεγαλύτερος εξαψήφιος αριθμός είναι ο **6⌋5⌋6⌋1⌋3⌋0⌋.** Ένας αριθμός διαιρείται δια του 4 όταν το τελευταίο διψήφιο μέρος του αριθμού, δηλαδή το 30 διαιρείται δια του 4. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του 30 δια του 4 είναι 2, επομένως και ο εξαψήφιος διαιρούμενος δια του 4 θα μας δώσει υπόλοιπο 2.

Πρόβλημα 4

Στο ορθογώνιο $ΑΒΓΔ$ το $Ε$ είναι μέσο του $ΒΓ$. Η απόσταση $ΑΖ$ είναι πενταπλάσια της απόστασης $ΖΒ$. Να βρείτε τον λόγο των εμβαδών του ασκίαστου προς τον σκιασμένο χώρο, δηλαδή τον λόγο των εμβαδών

$\frac{(ΔΕΒΖ)}{(ΑΔΖ)+(ΓΔΕ)}$

Να δείξετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Προτεινόμενη Λύση

Φέροντας την διαγώνιο $ΒΔ$ το Εμβαδόν του τριγώνου $ΓΔΕ$ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του τριγώνου $ΒΓΔ$, δηλαδή το $\frac{1}{4}$ ολόκληρου του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$. Αφου το $ΑΖ = \frac{5}{6}\ ΑΒ$, τότε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΔΖ$ είναι ίσο με τα $\frac{5}{6}$ του εμβαδού του τριγώνου $ΑΒΔ$, δηλαδή ίσο με τα $\frac{5}{12}$ ολόκληρου του ορθογωνίου.

Επομένως το σκιασμένο Εμβαδόν αντιστοιχεί στο μέρος του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$ που είναι ίσο με: $\frac{1}{4}+\frac{5}{12}=\frac{3}{12}+\frac{5}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

Το Ασκίαστο είναι το υπόλοιπο μέρος του ορθογωνίου, δηλαδή το $\frac{1}{3}$.

Έτσι, ο λόγος του ασκίαστου μέρους $(ΔΕΒΖ)$ προς το σκιασμένο $(ΑΔΖ)+(ΓΔΕ)$ είναι $\frac{1}{3}$ προς $\frac{2}{3}$ ή $\mathbf{1}$ $\boldsymbol{προς}$ $\mathbf{2}$**. Γραφουμε:**

$$\boldsymbol{\frac{(ΔΕΒΖ)}{(ΑΔΖ)+(ΓΔΕ)}=\frac{1}{2}}$$