



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 7/12/13

Ωρα εξέτασης: 09:30 -11:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1:

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(2 - \frac{2}{7}\right)$$

Λύση:

$$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(2 - \frac{2}{7}\right) = \\ & \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{4}\right) \cdot \left(\frac{9}{5}\right) \cdot \left(\frac{11}{6}\right) \cdot \left(\frac{12}{7}\right) = \left(\frac{9 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right) = \left(\frac{9 \cdot 11}{4}\right) = \left(\frac{99}{4}\right) = 24\frac{3}{4} \end{aligned}$$

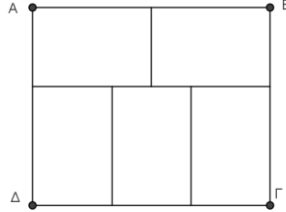
β) Να βρείτε πόσοι είναι οι αριθμοί ανάμεσα στο 1 και το 999 που δε διαιρούνται ούτε με το 8 ούτε με το 12.

Λύση:

β) Οι αριθμοί ανάμεσα στο 1 και το 999 που διαιρούνται με το 8 είναι **124** αφού $999 = 8 \cdot 124 + 7$. Οι αριθμοί ανάμεσα στο 1 και το 999 που διαιρούνται με το 12 είναι **83** αφού $999 = 12 \cdot 83 + 3$. Οι αριθμοί ανάμεσα στο 1 και το 999 που διαιρούνται με το 8 και το 12 είναι αυτοί που διαιρούνται με Ε.Κ.Π(8,12)=24 και είναι **41** αφού $999 = 24 \cdot 41 + 15$. Επομένως οι αριθμοί που δεν διαιρούνται ούτε με το 8 ούτε με το 12 είναι: $999 - (83 + 124 - 41) = 999 - 166 = 833$

Πρόβλημα 2:

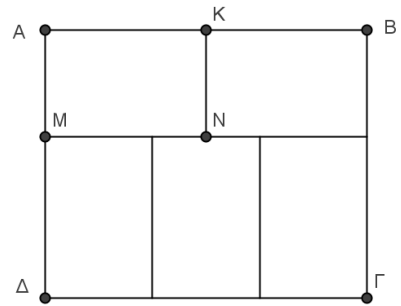
Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελείται από πέντε ίσα μεταξύ τους ορθογώνια όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα και έχει εμβαδόν 480cm^2 .
 Να βρείτε την περίμετρο του ΑΒΓΔ.



Λύση:

Αφού το ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελείται από πέντε ίσα μεταξύ τους ορθογώνια τότε το κάθε ένα από αυτά έχει εμβαδό $480:5=96\text{cm}^2$. Στο ορθογώνιο ΑΜΝΚ έστω το μήκος της ΑΚ= x και της ΚΝ= y . Το Εμβαδό Ε του ορθογωνίου ΑΜΝΚ ισούται με $x \cdot y$ οπότε έχουμε : $E = x \cdot y = 96$ Από το σχήμα έχουμε $2 \cdot x = 3 \cdot y$ οι αριθμοί που ψάχνουμε πρέπει να έχουν γινόμενο 96 και το διπλάσιο του ενός να ισούται με το τριπλάσιο του άλλου. Έτσι $x=12\text{ cm}$, και $y=8\text{ cm}$ και. Η πλευρά ΑΒ = $2 \cdot x = 24\text{ cm}$ και η πλευρά ΑΔ = $12+8=20\text{ cm}$.

Έτσι η περίμετρος του ορθογωνίου ισούται με $2 \cdot 24 + 2 \cdot 20 = 48 + 40 = 88\text{ cm}$.



Πρόβλημα 3:

Δύο ποδηλάτες ο Ανδρέας και ο Βασίλης βρίσκονται σε απόσταση 344 χιλιόμετρα μεταξύ τους. Ξεκινούν την ίδια ώρα και κινούνται ο ένας προς τον άλλο με σταθερή ταχύτητα και συναντιούνται σε 4 ώρες. Αν ο Βασίλης ξεκινούσε 15 λεπτά μετά τον Ανδρέα, σε 4 ώρες, από την ώρα που ξεκίνησε ο Ανδρέας, θα βρίσκονταν σε απόσταση 10 χιλιόμετρων. Να βρείτε τις ταχύτητες των δύο ποδηλατών.

Λύση :

Αφού αν ο Βασίλης ξεκινούσε 15 λεπτά μετά τον Ανδρέα, θα βρίσκονταν σε απόσταση 10 χιλιομέτρων βγάζουμε το συμπέρασμα ότι η ταχύτητα του Βασίλη 40 χιλιόμετρα αφού στα 15 λεπτά θα κάλυπτε την απόσταση των 10 χιλιομέτρων, οπότε στα 60 λεπτά καλύπτει απόσταση 40 χιλιομέτρων. Αφού αν ξεκινούσαν μαζί θα συναντιούνταν μαζί σε 4 ώρες οπότε ο Βασίλης θα κάλυπτε απόσταση $4 \cdot 40 = 160$ χιλιόμετρα και ο Αντρέας $344 - 160 = 184$ χιλιόμετρα. Έτσι η ταχύτητα του Ανδρέα είναι $184:4=46$ χιλιόμετρα και του Βασίλη **40 χιλιόμετρα.**

. Α 344χιλ. Β.

I 10 χιλ. I.....

Πρόβλημα 4:

Τετραψήφιος αριθμός X αποτελείται από διαφορετικά ψηφία με κανένα μηδενικό ψηφίο. Σχηματίζουμε τον αριθμό Y, αντιστρέφοντας τη σειρά των ψηφίων του X. Αν το άθροισμα των X και Y είναι 14773 και η διαφορά τους είναι 3177 να βρείτε τον μικρότερο από τους δύο αριθμούς.

Λύση

Έστω X : ABΓΔ τότε έχουμε για το Y : ΔΓΒΑ

$$\begin{array}{r} \text{AB}\Gamma\Delta \\ \text{ΔΓΒΑ} + \\ \hline 14773 \end{array} \quad \text{και} \quad \begin{array}{r} \text{AB}\Gamma\Delta \\ \text{ΔΓΒΑ} - \\ \hline 3177 \end{array}$$

Ο A+Δ πρέπει να είναι αριθμός διψήφιος που να έχει ψηφίο μονάδων 3 και ο Δ-A να τελειώνει σε 7 (με ή χωρίς κρατούμενο). Δοκιμάζοντας βρίσκουμε ότι A=8 και Δ=5 αφού 8+5=13 και 15-8=7.

$$\begin{array}{r} 8\text{B}\Gamma 5 \\ 5\Gamma\text{B}8 + \\ \hline 14773 \end{array} \quad \text{και} \quad \begin{array}{r} 8\text{B}\Gamma 5 \\ 5\Gamma\text{B}8 - \\ \hline 3177 \end{array}$$

Πρέπει ο B+Γ+1 να είναι αριθμός που να τελειώνει 7.). Δοκιμάζοντας βρίσκουμε ότι B=9 και Γ=7. Ο X=8975 και ο Y=5798 οπότε μικρότερος είναι ο **Y=5798**