ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2016

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

<u>Ημερομηνία</u>: 10/12/2016 *<u>Ώρα Εξέτασης</u>: 09:30-11:30*

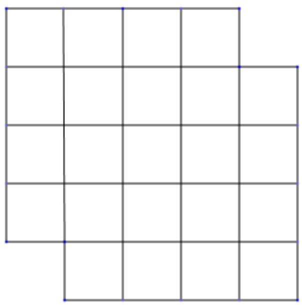
<u>ΟΔΗΓΙΕΣ:</u>

1. Να λύσετε <u>όλα</u> τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ</u>

Πρόβλημα 1

Δίνεται το πιο κάτω σχήμα. Να βρείτε τον μέγιστο αριθμό τετραγώνων που μπορούν να δημιουργηθούν με τις γραμμές που είναι σχεδιασμένες.



Λύση

Τετράγωνα 1Χ1 υπάρχουν 23
Τετράγωνα 2Χ2 υπάρχουν 14
Τετράγωνα 3Χ3 υπάρχουν 7
Τετράγωνα 4Χ4 υπάρχουν 2
Σύνολο 46 τετράγωνα συνολικά

Πρόβλημα 2

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$(4+8+12+16+\cdots+196+200)-(1+5+9+13+\cdots.+193+197)$$

Λύση

Σε κάθε παρένθεση υπάρχουν 50 αριθμοί

Ο κάθε αριθμός της πρώτης παρένθεσης είναι 3 μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο της δεύτερης παρένθεσης.

$$\big((4-1)+(8-5)+(12-9)+(16-13)+\cdots+(200-197)\big)=$$
$$(3+3+3+\cdots+3)=3\cdot 50=150$$

Πρόβλημα 3

Σε μια αίθουσα υπάρχουν 34 παιδιά. Σε κάθε θρανίο μπορεί να καθίσουν 2 παιδιά. Σε θρανία που κάθονται ένα αγόρι με ένα κορίτσι βρίσκονται τα 3/4 των αγοριών και τα 2/3 των κοριτσιών.

Α) Να βρείτε πόσα κορίτσια έχει στην αίθουσα.

Β) Να βρείτε τον μικρότερο αριθμό θρανίων στον οποίο κάθετε τουλάχιστον ένα αγόρι.

<u>Λύση</u>

Τα ¾ του αριθμού των αγοριών είναι ίσο με τα 2/3 του αριθμού των κοριτσιών

δηλαδή 9/12 του αριθμού των αγοριών είναι ίσο με τα 8/12 του αριθμού των κοριτσιών.

Δηλαδή για κάθε 9 κορίτσια που έχει η αίθουσα αντιστοιχούν 8 αγόρια

Άρα συνολικά υπάρχουν 18 κορίτσια και 16 αγόρια.

Τα ¾ των αγοριών , (¾ του 16 =12) δηλαδή 12 αγόρια κάθονται με κορίτσι άρα χρειάζονται 12 θρανία.

Επίσης τα υπόλοιπα 4 αγόρια μπορούν να καθίσουν ανα δύο σε κάθε θρανίο άρα χρειάζονται ακόμα 2 θρανία.

Συνολικά 14 θρανία χρειάζονται για να καθίσουν όλα τα αγόρια

Πρόβλημα 4

Να βρείτε ένα τετραψήφιο αριθμό ο οποίος όταν πολλαπλασιαστεί επί 4 , δίνει τον αριθμό αντεστραμμένο.

Λύση 1

Έστω ότι ο αρχικός αριθμός είναι Κ=$\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ τότε ο τελικός αριθμός θα είναι 4Κ=$\overline{\delta\gamma\beta\alpha}$

Ο αριθμός 4Κ είναι τετραψήφιος δηλαδή μικρότερος του 10000,άρα ο αριθμός Κ θα είναι μικρότερος του 2500. Δηλαδή οι πιθανές τιμές του πρώτου ψηφίου α είναι το 1 και το 2. (Σ1)

Ο αριθμός 4Κ διαιρείτε με 4 άρα το $\overline{\beta\alpha}$ διαιρείται με το 4 και άρα είναι ζυγός (Σ2)

Από τα (Σ1) και (Σ2) προκύπτει ότι α=2

Αφού $\overline{\beta\alpha}$ διαιρείται με το 4 και α=2 τότε πιθανές τιμές για το $\overline{\beta\alpha}$ είναι 12, 32, 52, 72, 92

δηλαδή πιθανές τιμές β είναι 1,3,5,7,9 (Σ3)

Επειδή Κ μικρότερος του 2500 τότε $\overline{\alpha\beta}$ μικρότερο του 25 με α=2 δηλαδή οι πιθανές τιμές του β περιορίζονται σε 1 και 3.

Αν β=3 τότε ο αριθμός ο Κ θα είναι μεταξύ του 2300 και 2400 δηλαδή ο 4Κ θα είναι μεταξύ 9200 και 9600. Έτσι το δ=9 τότε το γ είναι 2 ή 3 ή 4 ή 5.

Αν γ=2 τότε Κ =2329 και 4Κ =9232 αλλά $2329 \times 4 = 9316 \neq 9232$

Αν γ=3 τότε Κ =2339 και 4Κ =9332 αλλά $2339 \times 4 = 9356 \neq 9332$

Αν γ=4 τότε Κ =2349 και 4Κ =9432 αλλά $2349 \times 4 = 9396 \neq 9432$

Αν γ=5 τότε Κ =2359 και 4Κ =9532 αλλά $2359 \times 4 = 9436 \neq 9532$άρα το $\beta \neq 3$

Αν β=1 τότε ο αριθμός Κ θα είναι μεταξύ του 2100 και 2200 δηλαδή ο 4Κ θα είναι μεταξύ 8400 και 8800. Έτσι το δ=8 και πιθανές τιμές για το γ είναι 4, 5, 6, 7.

Αν γ=4 τότε Κ =2148 και 4Κ =8412 αλλά $2148 \times 4 = 8592 \neq 8412$

Αν γ=5 τότε Κ =2158 και 4Κ =8512 αλλά $2158\times 4 = 8632 \neq 8512$

Αν γ=6 τότε Κ =2168 και 4Κ =8612 αλλά $2168 \times 4 = 8672 \neq 8612$

Αν γ=7 τότε Κ =2178 και 4Κ =8712 και $2178 \times 4 = 8712$
άρα ο αριθμός Κ=2178

Λύση 2

Έστω ότι ο αριθμός είναι ο αβγδ. Αφού ο αριθμός πολλαπλασιαζόμενος επί 4 δίνει γινόμενο τετραψήφιο που υποχρεωτικά θα είναι μεγαλύτερος του 4000, το πρώτο ψηφίο του α θα ισούται
με 1 ή 2. Το γινόμενο δχ4 είναι πάντοτε άρτιος άρα το α=2 και το δ=8.
Έχουμε $4\times(1000\times\alpha+100\times\beta+10\times\gamma+\delta)=1000\times\delta+100\times\gamma+10\times\beta+\alpha$ και αφού α=2 και δ=8
$4\times(2000+100\times\beta+10\times\gamma+8)=8000+100\times\gamma+10\times\beta+2$
$8000+400\times\beta+40\times\gamma+32=8000+100\times\gamma+10\times\beta+2$
$400\times\beta+40\times\gamma+32=100\times\gamma+10\times\beta+2$
$390\times\beta+30=60\times\gamma$ ή διαιρώντας δια 30 $13\times\beta+1=2\times\gamma$ και επειδή $2\times\gamma<20$ σημαίνει $13\times\beta+1<20$ άρα β=1 και 2γ=13+1=14 ,έτσι γ=7. Ο αριθμός είναι 2178.