



**ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**

Ε' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 7/12/13

Ωρα εξέτασης: 09:30 -11:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1:

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(2 - \frac{6}{7}\right)$$

Λύση:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(2 - \frac{6}{7}\right) =$$

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{7}\right) =$$

$$\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{6}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{6}\right) \cdot \left(\frac{8}{7}\right) = \left(\frac{8}{2}\right) = 4$$

β) Να βρείτε όλους τους φυσικούς αριθμούς που είναι μικρότεροι του 900 και το άθροισμα του πρώτου και τελευταίου ψηφίου τους είναι 13.

Λύση:

ι) **Διψήφιοι αβ** . Το πρώτο ψηφίο α πρέπει να είναι μεγαλύτερο του 4 για να έχουμε άθροισμα 13. Έτσι έχουμε τους 6 διψήφιους αριθμούς : **49 , 58 , 67 , 76 , 85 , 94**

ii) **Τριψήφιοι αβγ** . Πρέπει $\alpha + \gamma = 13$ έτσι έχουμε τους πιο κάτω αριθμούς :

4β9 , 5β8 , 6β7 , 7β6 , 8β5 . Τον αριθμό 9β4 δεν τον παίρνουμε γιατί είναι μεγαλύτερος του 900. Στον αριθμό 4β9 το β μπορεί να πάρει τις τιμές : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 που μας δίνουν τους 10 αριθμούς : 409,419,429,439,449,459,469,479,489,499 . Συνολικά έχουμε 6 διψήφιους και $5 \cdot 10 = 50$ τριψήφιους δηλαδή συνολικά **6+50 = 56 αριθμούς**.

Πρόβλημα 2:

Ο Αντρέας, η Μαρία, η Ελένη και ο Κώστας απάντησαν τρεις ερωτήσεις: Α, Β, και Γ. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με ένα αριθμό από μονάδες. Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στον πιο κάτω πίνακα.

	A	B	Γ	Μονάδες
Αντρέας	×	○	*	35
Μαρία	*	*	*	60
Ελένη	○	*	×	20
Κώστας	*	×	*	50

- * Όλες οι μονάδες
- × μηδέν μονάδες
- Μισές μονάδες

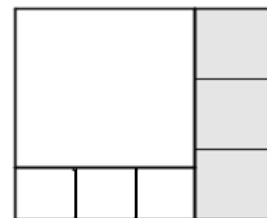
Με πόσες μονάδες βαθμολογείται η κάθε ερώτηση;

Λύση :

Η Μαρία έχει λύσει όλες τις ασκήσεις και πήρε 60 μονάδες, ο Κώστας έλυσε την πρώτη και τρίτη και πήρε μηδέν μονάδες στη δεύτερη και πήρε συνολικά 50 μονάδες, συνεπώς η **δεύτερη άσκηση** παίρνει **10** μονάδες. Η Ελένη έλυσε τη δεύτερη που παίρνει 10 μονάδες και πήρε τις μισές μονάδες της πρώτης έτσι αφού πήρε συνολικά 20 μονάδες βγάζουμε το συμπέρασμα ότι η **πρώτη** παίρνει **20** μονάδες. Ο Αντρέας πήρε συνολικά 35 μονάδες, στην πρώτη δεν πήρε μονάδες, στη δεύτερη πήρε τις μισές μονάδες δηλαδή 5 και στην τρίτη όλες, άρα η **τρίτη** παίρνει **30** μονάδες.

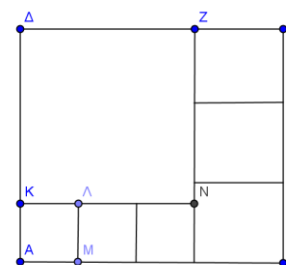
Πρόβλημα 3:

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο χωρίστηκε σε τετράγωνα όπως δείχνει το σχήμα. Αν η πλευρά του κάθε γκριζού τετραγώνου είναι 8 μέτρα να βρείτε το εμβαδόν του μεγάλου άσπρου τετραγώνου σε τετραγωνικά μέτρα.



Λύση :

Αφού η $ZΓ = 8$ η $BΓ = 3 \cdot 8 = 24$ μέτρα. Αν η πλευρά του μικρού τετραγώνου $AKAM$ είναι x τότε η πλευρά KD του τετραγώνου ΔKNZ είναι $24 - x$ και η πλευρά KN του ίδιου τετραγώνου είναι $3x$, και αφού είναι ίσες τότε $24 - x = 3x$, οπότε $x = 6$ μέτρα. Έτσι η πλευρά του τετραγώνου ΔKNZ είναι $3x = 18$ μέτρα και το εμβαδό του $18 \cdot 18 = 324$ τετραγωνικά μέτρα.



Πρόβλημα 4:

Χρησιμοποιώντας τους αριθμούς **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** από μία μόνο φορά συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα ώστε να ισχύουν οι ισότητες (τρεις κάθετες και τρεις οριζόντιες)

	-		-		=	4
+	■	x	■	x		
	x		-		=	20
-	■	x	■	x		
	x		x		=	270
=		=		=		
4		72		40		

Λύση :

Το 270 γράφεται 2.3.3.3.5 και επειδή πρέπει να χρησιμοποιήσουμε αριθμούς από το 1 μέχρι το 9 γράφουμε $270=5.6.9$. Από τους 4, 72, 40 ο μόνος που έχει παράγοντα το 5 είναι το $40=5.8$, έτσι το 5 πρέπει να τοποθετηθεί πάνω από το 40. Αφού το $72=8.9$, το 9 τοποθετείται πάνω από το 72 και το 6 πάνω από το 4. Στην πέμπτη στήλη πρέπει να τοποθετήσουμε 2 αριθμούς που να έχουν γινόμενο 8 αφού $40=5.8.1=5.4.2$. Παρατηρούμε επίσης ότι ισχύει το ίδιο και στην τρίτη στήλη αφού πρέπει να τοποθετηθούν 2 αριθμοί που να έχουν επίσης γινόμενο 8, για αυτό τη λύση μας τη δίνει η τρίτη γραμμή που στα δύο πρώτα κουτάκια πρέπει να τοποθετήσουμε 2 αριθμούς που θα δίνουν γινόμενο μεγαλύτερο του 20. Καταλήγουμε στο ότι πρέπει να τοποθετήσουμε στο τρίτο κουτάκι της πρώτης και δεύτερης γραμμής τους αριθμούς 1 και 8 αντίστοιχα και στο πέμπτο κουτάκι της πρώτης και δεύτερης γραμμής τους αριθμούς 2 και 4 αντίστοιχα. Τους αριθμούς 7 και 1 που έμειναν τους τοποθετούμε στο πρώτο κουτάκι της πρώτης και τρίτης γραμμής.

7	-	1	-	2	=	4
+	■	x	■	x		
3	x	8	-	4	=	20
-	■	x	■	x		
6	x	9	x	5	=	270
=		=		=		
4		72		40		