



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2019

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 21/12/2019

Ώρα Εξέτασης: 09:30-11:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Τρία άτομα μοιράζονται τις πατάτες που περιέχει ένας σάκος. Το πρώτο παιδί πήρε το 30% του περιεχομένου, το δεύτερο παιδί πήρε 4 κιλά περισσότερα από το πρώτο παιδί, ενώ το τρίτο παιδί πήρε 16 κιλά πατάτες.

- (α) Πόσα κιλά πατάτες είχε ο σάκος;
(β) Πόσα κιλά πατάτες πήρε το δεύτερο και το τρίτο παιδί;
(γ) Τι ποσοστό του συνολικού βάρους των πατατών πήρε το κάθε παιδί;

Προτεινόμενες λύσεις

(α) $A: 30\%$, $B: 30\%$ και 4 Kg , $\Gamma: 16\text{ Kg}$

Παρατηρούμε ότι το 40% του περιεχομένου αντιστοιχεί στα $4 + 16 = 20\text{ Kg}$ πατάτες.
Επομένως το 10% αντιστοιχεί σε 5 Kg και το 100% αντιστοιχεί σε 50 Kg πατάτες.

(β) Το B παιδί πήρε $\frac{30}{100} \cdot 50 + 4 = 19\text{ Kg}$ και το Γ παιδί είναι γνωστό ότι πήρε 16 Kg πατάτες.

(Συνολικά το δεύτερο και το τρίτο παιδί πήραν $19 + 16 = 35\text{ Kg}$ πατάτες)

(γ) Το πρώτο παιδί πήρε 30%, το δεύτερο παιδί πήρε $\frac{19}{50} \times 100\% = 38\%$ και το τρίτο παιδί πήρε το υπόλοιπο $100 - (30 + 38) = 32\%$

Πρόβλημα 2

Ο Ανδρέας δεν έχει καθόλου λεφτά. Ο Βασίλης δίνει στον Ανδρέα το $\frac{1}{5}$ των λεφτών του, ο Γιάννης δίνει στον Ανδρέα το $\frac{1}{4}$ των λεφτών του και ο Δημήτρης δίνει στον Ανδρέα το $\frac{1}{3}$ των λεφτών του. Το ποσό που πήρε ο Ανδρέας από τον Γιάννη και τον Δημήτρη είναι διπλάσιο και τριπλάσιο, αντίστοιχα, από το ποσό που πήρε από τον Βασίλη. Να υπολογίσετε το κλάσμα του συνολικού ποσού που πήρε ο Ανδρέας από τα τρία παιδιά.

Προτεινόμενη λύση:

Αν Βασίλης δώσει στον Αντρέα ένα a ποσό λεφτών αυτό σημαίνει ότι ο Βασίλης κρατά $5a$

Ο Γιάννης έδωσε διπλάσιο ποσό λεφτών στον Αντρέα απ'ότι έδωσε ο Βασίλης. Δηλαδή ο Αντρέας πήρε ποσό $2a$ από τον Γιάννη, που σημαίνει ο Γιάννης κρατούσε ποσό $8a$.

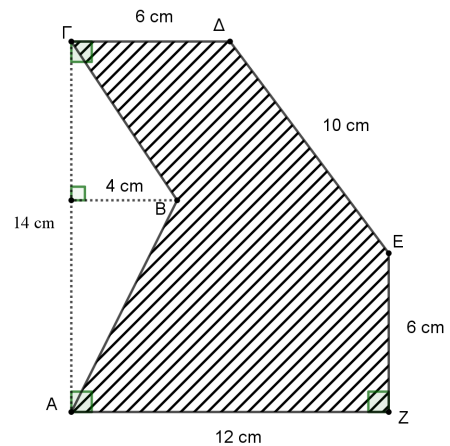
Ο Δημήτρης έδωσε τριπλάσιο ποσό λεφτών στον Αντρέα απ'ότι έδωσε ο Βασίλης. Δηλαδή ο Αντρέας πήρε ποσό $3a$ από τον Δημήτρη, που σημαίνει ότι ο Δημήτρης κρατούσε ποσό $9a$.

Έτσι ο Αντρέας πήρε συνολικά το ποσό των $(a + 2a + 3a) = 6a$ από τα τρία παιδιά τα οποία κρατούσαν συνολικά $(5a + 8a + 9a) = 22a$.

Επομένως το ζητούμενο κλάσμα είναι: $\frac{6a}{22a} = \frac{3}{11}$

Πρόβλημα 3

- (α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου χώρου $ABΓΔΕΖ$.
- (β) Αν η περίμετρος του σκιασμένου χώρου είναι $42,1 \text{ cm}$ και το μήκος του $(BΓ)$ είναι τα $\frac{4}{5}$ του μήκους του (AB) , να υπολογίσετε το μήκος του (AB) .



Προτεινόμενη λύση:

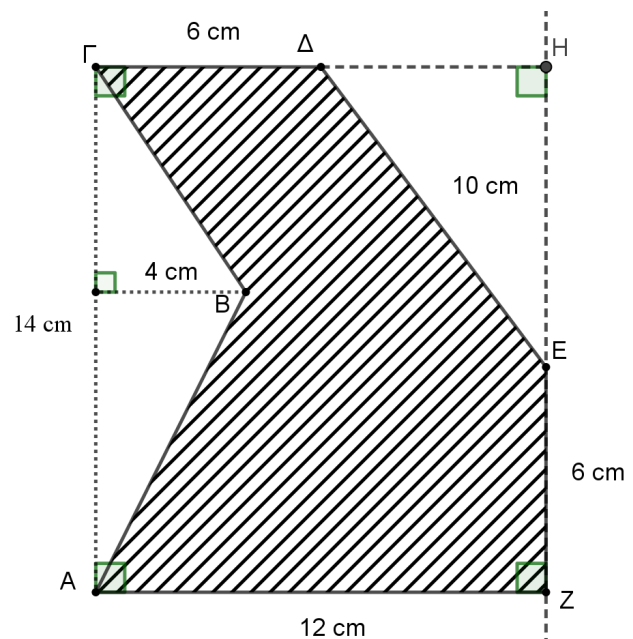
- (α) Προεκτείνουμε τις πλευρές $ΓΔ$ και $ΖΕ$. Έστω ότι τέμνονται στο H . Τότε το εμβαδόν του σκιασμένου χώρου μπορεί να υπολογισθεί αν αφαιρέσουμε από το εμβαδόν του ορθογωνίου $ΑΓΗΖ$, τα εμβαδά των τριγώνων $ΑΒΓ$ και $ΔΕΖ$. Έτσι έχουμε

$$\begin{aligned} E_{\text{σκιασμένου}} &= E_{ΑΓΗΖ} - (E_{ΑΒΓ} + E_{ΔΕΗ}) \\ &= 14 \cdot 12 - \left(\frac{14 \cdot 4}{2} + \frac{6 \cdot 8}{2} \right) \\ &= 168 - (28 + 24) = \\ &= 168 - 52 = 116 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- (β) Η Περίμετρος του σκιασμένου χώρου είναι ίση με $42,1 \text{ cm}$. Το μήκος του $(BΓ)$ είναι ίσο με τα $\frac{4}{5}$ του μήκους του (AB) , δηλαδή αν το $(BΓ) = 4x$ τότε το $(AB) = 5x$. Επομένως έχουμε,

$$(AB) + (BΓ) + 6 + 10 + 6 + 12 = 42,1 \Rightarrow 5x + 4x + 34 = 42,1 \Rightarrow 9x = 8,1 \Rightarrow x = 0,9$$

Άρα, $(AB) = 5x = 5 \times (0,9) = 4,5 \text{ cm}$.



Πρόβλημα 4

Δίνονται δέκα θετικοί ακέραιοι αριθμοί (όχι κατ' ανάγκην διαφορετικοί). Κάθε φορά παίρνουμε εννιά από αυτούς και τους προσθέτουμε. Τα εννιά από τα δέκα αθροίσματα είναι 80, 85, 83, 86, 92, 84, 81, 100 και 92. Το δέκατο άθροισμα είναι το ίδιο με ένα από αυτά τα αθροίσματα. Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα αρχικών ακέραιων αριθμών.

Προτεινόμενη Λύση

Στα δέκα αθροίσματα των εννιά ακέραιων αριθμών ο κάθε ένας αριθμός υπολογίζεται 9 φορές. Επομένως το άθροισμα των δέκα αθροισμάτων είναι πολλαπλάσιο του 9.

Προσθέτοντας τα 9 αθροίσματα που μας δόθηκαν έχουμε

$$80 + 85 + 83 + 86 + 92 + 84 + 81 + 100 + 92 = 783 \text{ το οποίο είναι πολλαπλάσιο του } 9.$$

Έτσι το δέκατο άθροισμα πρέπει να είναι επίσης πολλαπλάσιο του 9 και έτσι θα είναι ίσο με 81 γιατί είναι το μόνο πολλαπλάσιο του 9 από τα εννιά αθροίσματα που έχουν δοθεί.

Έτσι το άθροισμα των δέκα ακέραιων αριθμών θα είναι $(783 + 81) \div 9 = 96$

Παρατηρήσεις:

- 1. Παρατηρούμε ότι το άθροισμα των 10 ακέραιων αριθμών είναι ίσο με 96, ενώ κάποιο άθροισμα των εννιά αριθμών είναι ίσο με 100 και υπερβαίνει το 96, οπότε δεν μπορεί αυτό να συμβαίνει όταν οι ακέραιοι μας είναι μόνο θετικοί, πρέπει δηλαδή να υπάρχει τουλάχιστον ένας αρνητικός αριθμός.*
- 2. Αν κάποιος μαθητής παρατηρήσει και αποδείξει ότι δεν υπάρχουν θετικοί αριθμοί με τη δεδομένη ιδιότητα εννοείται ότι η απάντησή του είναι πλήρως ορθή!*