



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2015

Στ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 12/12/2015

Ώρα Εξέτασης: 09:30-11:30

**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

**Πρόβλημα 1**

(α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $A = \frac{64,2 \times 5,8}{3,21 \times 2,9}$

**Προτεινόμενη Λύση (α)**

$$A = \frac{64,2 \times 5,8}{3,21 \times 2,9} = \frac{64,2 \times 5,8 \times 10 \times 10 \times 10}{3,21 \times 2,9 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{642 \times 58 \times 10}{321 \times 29} = 4 \times 10 = 40$$

(β) Να βρείτε το άθροισμα των ψηφίων του γινομένου :  $999999 \times 888888$

**Προτεινόμενη Λύση (β)**

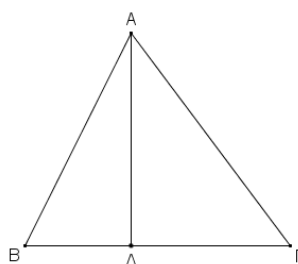
$$A = 999999 \times 888888$$

$$\begin{aligned} A &= 999999 \times 888888 = (1000000 - 1) \times 888888 = \\ &= 1000000 \times 888888 - 888888 = \\ &= 888888000000 - 888888 = 888887111112 \end{aligned}$$

έτσι το άθροισμα των ψηφίων είναι :  $5 \times 8 + 7 + 5 \times 1 + 2 = 54$

**Πρόβλημα 2**

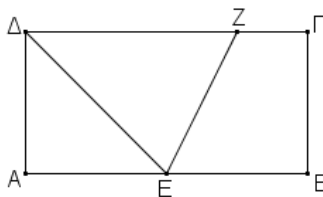
(α) Στο πιο κάτω σχήμα το  $AB\Delta$  είναι τρίγωνο με εμβαδόν  $4\text{cm}^2$ . Αν η  $B\Delta = 2\text{cm}$  και η  $\Delta\Gamma = 3\text{cm}$  να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .



### Προτεινόμενη Λύση (α)

Αφού το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Delta$  είναι  $4\text{cm}^2$  και το  $B\Delta = 2\text{cm}$  τότε το ύψος του τριγώνου  $AB\Delta$  είναι  $4\text{cm}$ . Αφού  $B\Delta + \Delta\Gamma = 2 + 3 = 5\text{cm}$  το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι  $E = (5 \times 4) : 2 = 10\text{cm}^2$ .

(β) Στο πιο κατω ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  η πλευρά  $AB$  είναι διπλάσια της πλευράς  $AD$ , το  $E$  είναι το μέσο της  $AB$ , το τμήμα  $\Delta Z$  είναι τριπλάσιο του  $Z\Gamma$  και το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta ZE$  είναι  $8\text{cm}^2$ . Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Delta E$ .



### Προτεινόμενη Λύση (β)

Το τρίγωνο  $A\Delta E$  έχει εμβαδόν ίσο με το  $\frac{1}{4}$  του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$  και το τρίγωνο  $\Delta ZE$  εμβαδόν ίσο με τα  $\frac{3}{8}$  του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$ . Αφού τα  $\frac{3}{8}$  του εμβαδού του ορθογωνίου είναι  $8\text{cm}^2$  το  $\frac{1}{8}$  του ορθογωνίου έχει εμβαδόν  $\frac{8}{3}$  και τα  $\frac{8}{8}$  του ορθογωνίου  $\frac{64}{3}\text{cm}^2$  οπότε το τρίγωνο  $A\Delta E$  έχει εμβαδόν  $\frac{16}{3}\text{cm}^2$ .

### Πρόβλημα 3

Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 2, 4, 5 και 7 μια μόνο φορά κατασκευάζουμε 24 τετραψήφιους αριθμούς. Μόνο ένας από αυτούς τους 24 αριθμούς είναι πολλαπλάσιο κάποιου από τους υπόλοιπους αριθμούς. Να βρείτε τον αριθμό αυτό.

### Προτεινόμενη Λύση

Αν ο αριθμός είναι το διπλάσιο κάποιου από τους 24 τότε θα βρίσκεται μεταξύ του διπλάσιου του μικρότερου που είναι  $2457 \times 2 = 4914$  και του μεγαλύτερου που είναι  $2754 \Rightarrow 5508$ . Ο αριθμός μεταξύ των 4914 και 5508 πρέπει επίσης να είναι ζυγός και να σχηματίζεται από τα ψηφία 2, 4, 5, 7. Οι μόνοι ζυγοί είναι το 5274 και 5472. Από ένα γρήγορο έλεγχο διαπιστώνουμε ότι δεν είναι το διπλάσιο κανενός αριθμού μέσα στο σύνολο.

Ο αριθμός δε μπορεί επίσης να είναι τετραπλάσιο ή και μεγαλύτερο πολλαπλάσιο κάποιου αφού  $2457 \times 4 = 9828$  είναι μεγαλύτερος κατά πολύ από το μεγαλύτερο αριθμό 7542 μέσα στο σύνολο. Έτσι ο αριθμός είναι τριπλάσιος κάποιου από τους 24. Το μικρότερο δυνατό τριπλάσιο είναι  $2457 \times 3 = 7371$  και το μεγαλύτερο είναι το  $2475 \times 3 = 7425$  αφού οποιοσδήποτε μεγαλύτερος δίνει τριπλάσιο πολύ μεγαλύτερο από αριθμό του συνόλου.

Από αυτό συμπεραίνουμε ότι ο 7425 είναι ο αριθμός που ψάχνουμε

### Πρόβλημα 4

Σε μια εξέταση των Μαθηματικών το διαγώνισμα είχε 55 προβλήματα: 30 προβλήματα αριθμητικής και 25 γεωμετρίας. Αν και η Μαρία απάντησε ορθά το 70% των αριθμητικών προβλημάτων και το 40% των προβλημάτων γεωμετρίας δε κατάφερε να περάσει την εξέταση. Αν για να περάσει κάποιος την εξέταση έπρεπε να λύσει ορθά το 60% των προβλημάτων του διαγωνίσματος, πόσα ακόμα προβλήματα θα έπρεπε να λύσει ορθά η Μαρία;

### Προτεινόμενη Λύση

Υπολογίζουμε πρώτα πόσα προβλήματα έλυσε ορθά:

$$\text{Προβλήματα Αριθμητικής: } \frac{70}{100} \times 30 = 21$$

$$\text{Προβλήματα Γεωμετρίας: } \frac{40}{100} \times 25 = 10$$

Άρα συνολικά η Μαρία έλυσε ορθά  $21 + 10 = 31$  προβλήματα

Για να περάσει την εξέταση κάποιος πρέπει να λύσει ορθά  $\frac{60}{100} \times 55 = 33$  προβλήματα.

Έτσι η Μαρία έπρεπε να λύσει ορθά ακόμα  $33 - 31 = 2$  προβλήματα.