



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2015

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 12/12/2015

Ώρα Εξέτασης: 09:30-11:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

(α) Αν $a + \beta = \frac{1}{4}$ και $\beta + \gamma = \frac{2}{3}$. Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = 3\alpha + 5\beta + 2\gamma$$

(β) Να βρείτε σε πόσους αριθμούς μικρότερους του 600 παρουσιάζεται το ψηφίο 5 μόνο μία φορά;

Προτεινόμενη Λύση (α):

Αφού $a + \beta = \frac{1}{4}$ και $\beta + \gamma = \frac{2}{3}$ τότε έχουμε:

$$3\alpha + 3\beta = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad (1) \quad \text{και} \quad 2\beta + 2\gamma = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

προσθέτοντας τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $3\alpha + 5\beta + 2\gamma = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{9}{12} + \frac{16}{12} = \frac{25}{12}$

Προτεινόμενη Λύση (β):

Μονοψήφιοι: μόνο το 5 Σύνολο (1)

Διψήφιοι: 15,25,35,45,65,75,85,95 και
50,51,52,53,54,56,57,58,59 Σύνολο (17)

Τριψήφιοι:

105,115,125,135,145,150,151,152,153,154,156,157,158,159,165,175,185,195 Σύνολο (18)

205,215, ..., 285, 295 Σύνολο (18)

305,315, ..., 385, 395 Σύνολο (18)

405,415, ..., 485,495 Σύνολο (18)

500,501,502,503,504,506,507,508,509,510,511,512,513,514,516,517,518,519 Σύνολο (18)

520,521, ..., 538,539 Σύνολο (18)

540,541,542,543,544,546,547,548,549 Σύνολο (9)

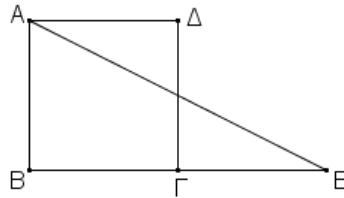
560,561, ..., 578,579 Σύνολο (18)

580,581, ..., 598,599 Σύνολο (18)

προσθέτουμε όλους τους αριθμούς και βρίσκουμε **171** αριθμούς.

Πρόβλημα 2

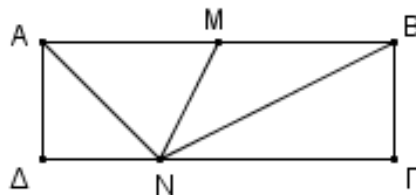
(α) Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο με εμβαδόν 9cm^2 και $B\Gamma = \Gamma E$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABE .



Προτεινόμενη Λύση (α)

Αφού το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο με εμβαδόν 9cm^2 τότε η πλευρά του είναι 3 cm γιατί $3 \times 3 = 9$. Στο τρίγωνο ABE παίρνουμε σαν βάση την BE οπότε το αντιστοιχο ύψος είναι το AB που ισούται με 3 cm. Η $BE = 6$ cm αφού το Γ είναι το μέσο της BE και $B\Gamma = 3$ cm, έτσι το εμβαδόν του τριγώνου ABE είναι $(6 \times 3) : 2 = 9\text{cm}^2$

(β) Στο πιο κάτω ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ η πλευρά AB είναι 12 cm, η πλευρά AD είναι 4 cm. Αν το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma N$ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου $A\Delta N$ και το σημείο M είναι το μέσο της AB , να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Delta N M$.



Προτεινόμενη Λύση (β)

Αφού το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma N$ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου $A\Delta N$ και η πλευρά ΓN είναι διπλάσια της ΔN και αφού $\Gamma\Delta = AB = 12$ cm η $\Gamma N = 8$ cm και $\Delta N = 4$ cm. Το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Delta N M$ ισούται με το άθροισμα των εμβαδών των τριγώνων $A\Delta N$ και ANM . Έτσι έχουμε $E_{A\Delta N M} = E_{A\Delta N} + E_{ANM} = \frac{4 \times 4}{2} + \frac{6 \times 4}{2} = 8 + 12 = 20\text{cm}^2$.

Πρόβλημα 3

Σε ένα Γυμνάσιο, οι 198 μαθητές ψήφισαν για τις δύο προτεινόμενες τοποθεσίες της επόμενης εκδρομής τους που είναι "Ζωολογικός Κήπος" και "Αρχαιολογικός Χώρος". Τα αποτελέσματα της ψηφοφορίας είναι τα ακόλουθα : 134 ψήφισαν υπέρ του Ζωολογικού Κήπου και 78 υπέρ του Αρχαιολογικού Χώρου. Αν 19 μαθητές δε ψήφισαν κανένα μέρος, πόσοι μαθητές ψήφισαν και τα δύο;

Προτεινόμενη Λύση

Αφού 19 μαθητές δε ψήφισαν κανένα μέρος τότε τους αφαιρούμε από το σύνολο των μαθητών για να βρούμε πόσοι ψήφισαν κάποιο από τα δύο μέρη, δηλαδή $198 - 19 = 179$ μαθητές. Αν προσθέσουμε τώρα τους 134 μαθητές που ψήφισαν Ζωολογικό Κήπο και τους 78 που ψήφισαν Αρχαιολογικό Χώρο τότε έχουμε $134 + 78 = 212$ μαθητές. Αυτοί είναι περισσότεροι από τους 179 που ψήφισαν κάποιο μέρος άρα η διαφορά τους $212 - 179 = 33$, δηλαδή 33 μαθητές είναι οι μαθητές που ψήφισαν και τα δύο μέρη.

Πρόβλημα 4

Ο Κώστας και η Μαρία έγραψαν 4 διαγωνίσματα των 100 μονάδων. Ο Κώστας πήρε μέσο όρο και στα τέσσερα διαγωνίσματα 78. Η Μαρία πήρε 10 μονάδες περισσότερες από τον Κώστα στο πρώτο διαγώνισμα, 10 λιγότερες από αυτόν στο δεύτερο, και 20 μονάδες περισσότερες στο τρίτο και τέταρτο διαγώνισμα. Ποια είναι η διαφορά μεταξύ του μέσου όρου της Μαρίας και του Κώστα σε αυτά τα τέσσερα διαγωνίσματα;

Προτεινόμενη Λύση

Ο Κώστας συγκέντρωσε συνολικά $4 \times 78 = 312$ μονάδες.

Η Μαρία συγκέντρωσε $10 - 10 + 20 + 20 = 40$ μονάδες περισσότερες από τον Κώστα άρα σύνολο $312 + 40 = 352$.

Ο μέσος όρος της Μαρίας είναι $\frac{352}{4} = 88$ άρα η διαφορά από το μέσο όρο του Κώστα είναι

$$88 - 78 = 10 .$$