



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2021

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 18/12/2021 Ώρα Εξέτασης: 09 : 30 – 11 : 30

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1

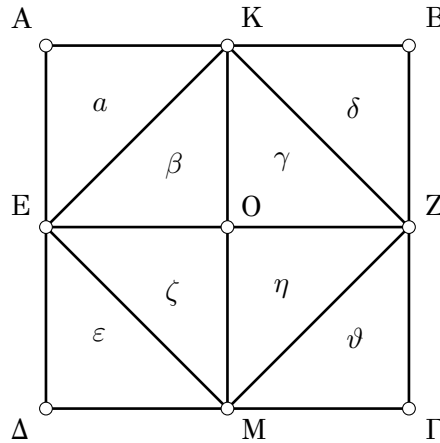
- (α) Ένα εμπορικό κατάστημα κάνει έκπτωση σε όλα του τα είδη, η οποία είναι ίση με το  $\frac{1}{4}$  της αρχικής αξίας του κάθε είδους. Πληρώσαμε €63 για ένα ζευγάρι αθλητικά παπούτσια στην περίοδο των εκπτώσεων. Ποια ήταν η αρχική αξία των παπουτσιών;
- (β) Ένα οινοποιείο πούλησε τη Δευτέρα τα  $\frac{3}{8}$  του περιεχομένου ενός βαρελιού κρασιού. Την Τρίτη πούλησε το  $\frac{1}{6}$  του υπολοίπου. Την Τετάρτη και την Πέμπτη δεν πούλησε κρασί ενώ την Παρασκευή πούλησε το  $\frac{1}{4}$  του νέου υπολοίπου. Αν το κρασί που έμεινε στο βαρέλι τελικά είναι 225 λίτρα, πόσα λίτρα κρασί είχε αρχικά το βαρέλι;

Προτεινόμενη Λύση

- (α) Τα  $\frac{3}{4}$  της αξίας των παπουτσιών είναι €63. Άρα, η αρχική αξία των αθλητικών παπουτσιών είναι  $(63 \div 3) \times 4 = 84$  ευρώ.
- (β) Τη Δευτέρα, το οινοποιείο πούλησε τα  $\frac{3}{8}$  του περιεχομένου ενός βαρελιού κρασιού. Άρα, το υπόλοιπο περιεχόμενο του βαρελιού είναι  $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ .
- Την Τρίτη, το οινοποιείο πούλησε το  $\frac{1}{6}$  των  $\frac{5}{8}$  του περιεχομένου του βαρελιού. Δηλαδή, πούλησε τα  $\frac{1}{6} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{48}$  του περιεχομένου του βαρελιού. Έτσι, το «νέο» υπόλοιπο περιεχόμενο του βαρελιού είναι  $\frac{5}{8} - \frac{5}{48} = \frac{25}{48}$ .
- Την Παρασκευή, το οινοποιείο πούλησε το  $\frac{1}{4} \times \frac{25}{48} = \frac{25}{192}$  του περιεχομένου του βαρελιού. Επομένως, το «νέο» υπόλοιπο περιεχόμενο του βαρελιού είναι  $\frac{25}{48} - \frac{25}{192} = \frac{75}{192}$ .
- Τα  $\frac{75}{192}$  του αρχικού περιεχομένου του βαρελιού αντιχτοιχούν σε 225 λίτρα κρασί. Έτσι, το αρχικό περιεχόμενο του βαρελιού είναι  $(225 \div 75) \times 192 = 576$  λίτρα κρασί.

## Πρόβλημα 2

Σε ένα διαγωνισμό Μαθηματικών ζητήθηκε από τους μαθητές να τοποθετήσουν μέσα στα μικρά τρίγωνα  $a, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta, \vartheta$  τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, έτσι ώστε το άθροισμα των αριθμών στα ορθογώνια ABZE, EZΓΔ, AKMΔ και KBΓM να είναι ίσο με 18 και το άθροισμα των αριθμών στο τετράγωνο KZME να είναι ίσο με 10. Να βρείτε μία τοποθέτηση των αριθμών που να επαληθεύει όλα τα πιο πάνω.

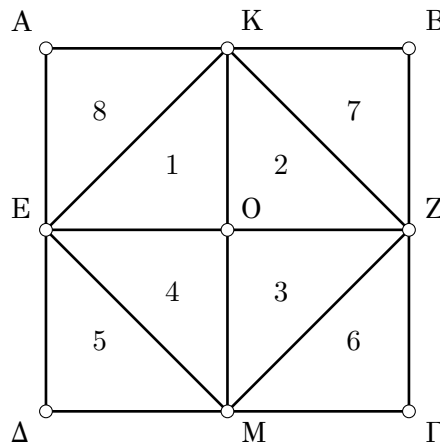


### Προτεινόμενη Λύση

Σε κάθε μικρό τετράγωνο AKOE, KBZO, ZOMC και MOEA, θα πρέπει το άθροισμα των αριθμών να είναι 9, αφού κάθε ένα από αυτά τα τετράγωνα είναι γειτονικό με άλλα δύο και απαιτούμε το άθροισμα των αριθμών στα ορθογώνια ABZE, EZΓΔ, AKMΔ και KBΓM να είναι ίσο με 18.

Τώρα, οι δυάδες αριθμών από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 που έχουν άθροισμα 9 είναι οι (8, 1), (7, 2), (6, 3) και (5, 4). Ταυτόχρονα, πρέπει να τοποθετηθούν τέσσερις αριθμούς στο τετράγωνο KZME, οι οποίοι να έχουν άθροισμα 10. Έτσι, στο τετράγωνο αυτό, θα τοποθετηθούν οι αριθμοί 1, 2, 3 και 4, αφού  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ .

Μία τοποθέτηση αυτών των αριθμών φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Τονίζεται ότι άλλες σωστές λύσεις είναι κάθε κυκλική τοποθέτηση αυτών των δυάδων, φτάνει ταυτόχρονα στο τετράγωνο KZME να υπάρχουν οι αριθμοί 1, 2, 3 και 4.



### Πρόβλημα 3

Να υπολογίσετε το άθροισμα όλων των τριψήφιων αριθμών, των οποίων το γινόμενο των ψηφίων τους είναι ίσο με 42.

#### Προτεινόμενη Λύση

Οι τριψήφιοι αριθμοί, των οποίων το γινόμενο των ψηφίων τους είναι ίσο με 42, σχηματίζονται είτε από τα ψηφία 2, 3, 7, είτε από τα ψηφία 1, 6, 7.

- Οι τριψήφιοι αριθμοί που σχηματίζονται από τα ψηφία σχηματίζονται 2, 3, 7 είναι οι:

$$237, 273, 327, 372, 723, 732$$

Οι τριψήφιοι αριθμοί που σχηματίζονται από τα ψηφία σχηματίζονται 1, 6, 7 είναι οι:

$$167, 176, 617, 671, 716, 761$$

Επομένως, το άθροισμα των πιο πάνω αριθμών είναι ίσο με:

$$237 + 273 + 327 + 372 + 723 + 732 + 167 + 176 + 617 + 671 + 716 + 761 = 5772$$

### Πρόβλημα 4

Στο Καλοκαιρινό Μαθηματικό Σχολείο, οι μαθητές μαθαίνουν την πράξη  $\otimes$  με τη βοήθεια της παράστασης

$$a \otimes b = a \times b + 2a - b,$$

όπου οι  $a$  και  $b$  είναι φυσικοί αριθμοί με  $a > b$ .

- (α) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = 3 \otimes 2 \quad \text{και} \quad B = 8 \otimes 7$$

Στη συνέχεια, να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των  $A$  και  $B$ .

- (β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Gamma = (6 \otimes 5) \otimes (2 \otimes 1)$$

#### Προτεινόμενη Λύση

- (α) Έχουμε ότι:

$$A = 3 \otimes 2 = 3 \times 2 + 2 \times 3 - 2 = 6 + 6 - 2 = 10$$

$$B = 8 \otimes 7 = 8 \times 7 + 2 \times 8 - 7 = 56 + 16 - 7 = 65$$

Η ανάλυση των  $A$  και  $B$  σε γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι:

$$A = 2 \times 5, \quad B = 5 \times 13$$

Επομένως, παίρνουμε ότι  $\text{ΜΚΔ}(A, B) = 5$  και  $\text{ΕΚΠ}[A, B] = 2 \times 5 \times 13 = 130$ .

(β) Έχουμε ότι:

$$6 \otimes 5 = 6 \times 5 + 2 \times 6 - 5 = 30 + 12 - 5 = 37$$

$$2 \otimes 1 = 2 \times 1 + 2 \times 2 - 1 = 2 + 4 - 1 = 5$$

Επομένως, παίρνουμε ότι:

$$\Gamma = 37 \otimes 5 = 37 \times 5 + 2 \times 37 - 5 = 185 + 74 - 5 = 254$$