



ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1. (α) Να βρείτε το αποτέλεσμα της παράστασης

$$(581+ 682 + 783 + 884 + 985) - (481 +582 + 683 + 784 + 885) =$$

Λύση

$$\begin{aligned} & (581+ 682 + 783 + 884 + 985) - (481 +582 + 683 + 784 + 885) = \\ & = (581 - 481)+(682 - 582)+(783 - 683)+(884 - 784)+(985 - 885) = \\ & = 100 + 100 + 100 + 100 + 100 = 500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(β)} \quad \text{Αν} \quad A &= \left(1+\frac{1}{5}\right) \times \left(1+\frac{1}{6}\right) \times \left(1+\frac{1}{7}\right) \times \left(1+\frac{1}{8}\right) \times \left(1+\frac{1}{9}\right) = \\ B &= \left(1-\frac{1}{5}\right) \times \left(1-\frac{1}{6}\right) \times \left(1-\frac{1}{7}\right) \times \left(1-\frac{1}{8}\right) \end{aligned}$$

Να βρείτε το $A \div B$

$$\begin{aligned} A &= \left(1+\frac{1}{5}\right) \times \left(1+\frac{1}{6}\right) \times \left(1+\frac{1}{7}\right) \times \left(1+\frac{1}{8}\right) \times \left(1+\frac{1}{9}\right) = \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \times \frac{8}{7} \times \frac{9}{8} \times \frac{10}{9} = \frac{10}{5} = 2 \\ B &= \left(1-\frac{1}{5}\right) \times \left(1-\frac{1}{6}\right) \times \left(1-\frac{1}{7}\right) \times \left(1-\frac{1}{8}\right) = \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα} \quad A \div B = 2 \div \frac{1}{2} = 4$$

2. Μετά τους τελευταίους Ολυμπιακούς αγώνες μια χώρα έδωσε χρηματικό ποσό σαν δώρο στους αθλητές της ανάλογα με τα μετάλλια που πήρε ο καθένας. Ο Ανδρέας για 2 αργυρά και 1 χάλκινο πήρε 5000 ευρώ. Ο Βασίλης για 1 αργυρό και 2 χάλκινα πήρε 4000 ευρώ. Ο Γιάννης για 2 χρυσά και 1 χάλκινο πήρε 11000 ευρώ. Πόσα ευρώ θα πάρει ο Δημήτρης που πήρε 1 χρυσό και 2 χάλκινα;

Λύση

- 2 αργυρά και 1 χάλκινο 5000 ευρώ (1)
1 αργυρό και 2 χάλκινα 4000 ευρώ (2)
2 χρυσά και 1 χάλκινο 11000 ευρώ (3)

$$(1)+(2) \Rightarrow 3 \text{ αργυρά και } 3 \text{ χάλκινα } 9000 \text{ ευρώ} \Rightarrow 1 \text{ αργυρό και } 1 \text{ χάλκινο } 3000 \text{ ευρώ} (4)$$

$$(1) - (4) \Rightarrow 1 \text{ αργυρό } 2000 \text{ ευρώ. Από (4) } 1 \text{ χάλκινο } 1000 \text{ ευρώ και από την (3)}$$

1 χρυσό 5000 ευρώ.

Άρα ο Δημήτρης για 1 χρυσό και 2 χάλκινα θα πάρει 7000 ευρώ.

3. Τέσσερις φίλοι ανεβαίνουν τα σκαλιά μιας πολυκατοικίας. Ο Α ανεβαίνει δυο δυο τα σκαλιά, ο Β ανεβαίνει τρία τρία τα σκαλιά, ο Γ ανεβαίνει τέσσερα τέσσερα τα σκαλιά και ο Δ ανεβαίνει πέντε πέντε τα σκαλιά. Αν μόνο στο πρώτο και στο τελευταίο σκαλί βρέθηκαν και οι τέσσερις μαζί, να βρείτε:

- (α) πόσα σκαλιά έχει η πολυκατοικία;
 (β) σε πόσα σκαλιά πάτησε μόνο ένας;

Λύση

Το $E.K.P(2,3,4,5)=60$. Άρα τα σκαλιά της πολυκατοικίας είναι 60.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A		0		0		0		0		0
B			0			0			0	
Γ				0				0		
Δ					0					0

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A		0		0		0		0		0
B		0			0			0		
Γ		0				0				0
Δ					0					0

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A		0		0		0		0		0
B	0			0			0			0
Γ				0				0		
Δ					0					0

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A		0		0		0		0		0
B			0			0			0	
Γ		0				0				0
Δ					0					0

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A		0		0		0		0		0
B		0			0			0		
Γ				0				0		
Δ					0					0

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A		0		0		0		0		0
B	0			0			0			0
Γ		0				0				0
Δ					0					0

Από τον πίνακα φαίνεται ότι μόνο στο $2^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 9^\circ, 14^\circ, 21^\circ, 22^\circ, 25^\circ, 26^\circ, 27^\circ, 33^\circ, 34^\circ, 35^\circ, 38^\circ, 39^\circ, 46^\circ, 51^\circ, 55^\circ, 57^\circ$ και στο 58° σκαλί πάτησε μόνο ένας. Άρα σε 20 σκαλιά πάτησε μόνο ένας.

4. Έχουμε δύο σακούλια που περιέχουν μπάλες. Στο πρώτο υπάρχουν 12 μικρές μπάλες και στο δεύτερο 3 μεγάλες. Οι 5 μικρές μπάλες ζυγίζουν όσο οι 4 μεγάλες. Στο δεύτερο σακούλι τοποθετούμε και άλλες μπάλες μικρές ή μεγάλες ή μικρές και μεγάλες μπάλες ώστε τα δύο σακούλια να έχουν ίδιο βάρος. Με ποιούς τρόπους μπορούμε να το πετύχουμε αυτό.

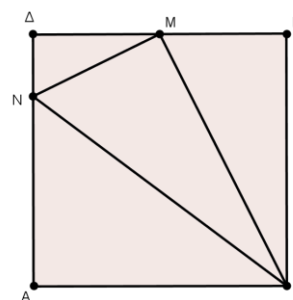
Λύση

5 μικρές μπάλες ζυγίζουν όσο 4 μεγάλες οπότε
 10 μικρές μπάλες ζυγίζουν όσο 8 μεγάλες έτσι
 12 μικρές μπάλες ζυγίζουν όσο 8 μεγάλες και 2 μικρές
 και αφού στο δεύτερο σακούλι υπάρχουν 3 μεγάλες αρκεί να προσθέσουμε

α) 5 μεγάλες και 2 μικρές
 ή 4+1 μεγάλες και 2 μικρές ή
 5 μικρές +1 μεγάλη και 2 μικρές ή

β) 1 μεγάλη και 7 μικρές

5. Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά 10cm. Μ είναι το μέσο της πλευράς ΓΔ και Ν σημείο της πλευράς ΑΔ ώστε να τη χωρίζει σε δύο μέρη που το ΑΝ είναι τετραπλάσιο του ΝΔ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΜΝ.



Λύση

ΔΝ=2cm και ΝΑ=8cm

$$\begin{aligned}
 E_{BMN} &= E_{\text{τετρ.}} - (E_{N\Delta M} + E_{M\Gamma B} + E_{BAN})= \\
 &= 10 \times 10 - \left(\frac{5 \times 2}{2} + \frac{5 \times 10}{2} + \frac{10 \times 8}{2} \right) = \\
 &= 100 - (5 + 25 + 40) = 30 \text{ cm}^2.
 \end{aligned}$$