



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2017

ΛΥΣΕΙΣ
Στ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 11/11/2017

Ωρα Εξέτασης: 10:00-12:00

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\frac{2+3}{2 \times 3} - \frac{3+4}{3 \times 4} + \frac{4+5}{4 \times 5} - \frac{5+6}{5 \times 6} + \dots + \frac{98+99}{98 \times 99} - \frac{99+100}{99 \times 100}$$

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΛΥΣΗ:

$$\frac{2+3}{2 \times 3} - \frac{3+4}{3 \times 4} + \frac{4+5}{4 \times 5} - \frac{5+6}{5 \times 6} + \dots + \frac{98+99}{98 \times 99} - \frac{99+100}{99 \times 100} =$$

$$\frac{2}{2 \times 3} + \frac{3}{2 \times 3} - \frac{3}{3 \times 4} - \frac{4}{3 \times 4} + \frac{4}{4 \times 5} + \frac{5}{4 \times 5} - \frac{5}{5 \times 6} - \frac{6}{5 \times 6} + \dots + \frac{98}{98 \times 99} + \frac{99}{98 \times 99} - \frac{99}{99 \times 100} - \frac{100}{99 \times 100} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} - \frac{1}{99} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{100} = \frac{50}{100} - \frac{1}{100} = \frac{49}{100}$$

Πρόβλημα 2

Σε ένα σχολείο υπάρχουν 208 άτομα. Τα αγόρια είναι δωδεκαπλάσια από τους δασκάλους και τα κορίτσια είναι 8 περισσότερα από τα αγόρια. Να βρείτε πόσα ήταν τα αγόρια, πόσα ήταν τα κορίτσια και πόσοι οι δάσκαλοι.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΛΥΣΗ:

α' τρόπος

Αν τα κορίτσια ήταν 8 λιγότερα από τώρα τότε ο αριθμός των κοριτσιών θα ήταν ο ίδιος με τον αριθμό των αγοριών και ο συνολικός αριθμός των ατόμων θα ήταν 200. Επειδή ο αριθμός των αγοριών είναι δωδεκαπλάσιος από τον αριθμό των δασκάλων τότε ο αριθμός των αγοριών και των κοριτσιών θα είναι πολλαπλάσιος του 12. Δηλαδή:

αγόρια	κορίτσια	δάσκαλοι	σύνολο
12	12	1	25
24	24	2	50
36	36	3	75
48	48	4	100
...			
96	96	8	200

Άρα τα αγόρια θα είναι 96, τα κορίτσια είναι 8 περισσότερα από τα αγόρια άρα θα είναι 96+8=104 και οι δάσκαλοι 8.

β' τρόπος

αγόρια: $12x$

κορίτσια: $12x+8$

δασκάλοι: x

$$12x + 12x + 8 + x = 208$$

$$25x = 200$$

$$x = 8$$

Άρα τα αγόρια θα είναι 96 τα κορίτσια θα είναι 104 και οι δάσκαλοι 8.

Πρόβλημα 3

Το κάθε ένα από τα τέσσερα ίσα ορθογώνια $AZ\Theta E$, $ZBNK$, $ΝΓΜΛ$ και $ΕΗΔΜ$ έχει μήκος τριπλάσιο από το πλάτος του και περίμετρο 20cm . Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου $H\Theta K\Lambda$.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΛΥΣΗ:

Η περίμετρος του κάθε ορθογωνίου είναι 20cm και το μήκος τριπλάσιο από το πλάτος, άρα το μήκος θα είναι $7,5\text{cm}$ και το πλάτος $2,5\text{cm}$.

$$AZ = E\Theta = 7,5\text{cm}$$

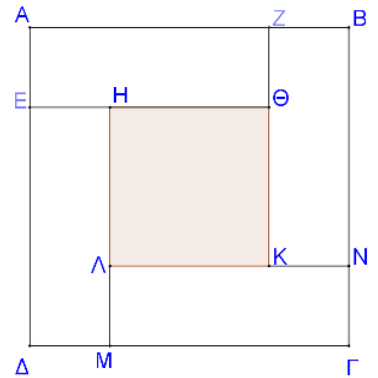
$$Z\Theta = EH = 2,5\text{cm}$$

Η πλευρά $H\Theta$ του τετραγώνου $H\Theta K\Lambda$ είναι

$$H\Theta = E\Theta - EH = 7,5 - 2,5 = 5\text{cm}$$

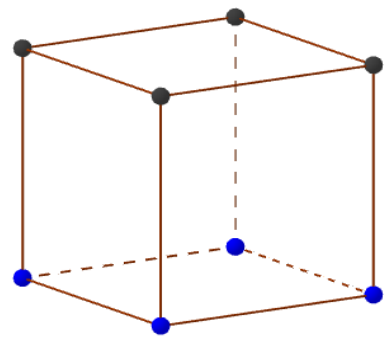
Δηλαδή κάθε κάθε πλευρά του είναι 5cm

Άρα το εμβαδόν του τετραγώνου είναι $E_{H\Theta K\Lambda} = 5 \times 5 = 25\text{cm}^2$



Πρόβλημα 4

Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας τον διπλανό κύβο. Να τοποθετήσετε σε κάθε μια από τις κορυφές του κύβου ένα από τα ψηφία 1,2,3...9. Κάθε ψηφίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο μια φορά και το άθροισμα των ψηφίων κάθε έδρας είναι 18. Ποιο από τα ψηφία δεν θα χρησιμοποιηθεί?



ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΛΥΣΗ:

Α' Τρόπος

Κάθε έδρα έχει άθροισμα ψηφίων 18. Έτσι των άθροισμα των ψηφίων οποιονδήποτε δύο απέναντι εδρών θα είναι 36.

Το άθροισμα όλων των διαθέσιμων ψηφίων είναι

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Πρέπει να αφαιρεθεί ένα μόνο ψηφίο για να γίνει το άθροισμα 36 άρα το 9 είναι το ψηφίο που δεν θα χρησιμοποιηθεί.

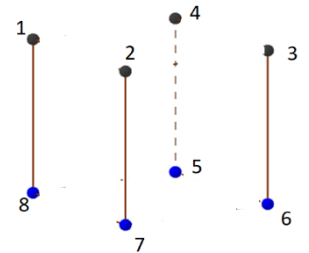
Β' Τρόπος

Στο σχήμα υπάρχουν συνολικά 4 κατακόρυφες ακμές.

Σε κάθε παράπλευρη έδρα υπάρχουν δύο κατακόρυφες ακμές.

Αφού σε κάθε έδρα το άθροισμα των ψηφίων είναι 18 τότε το άθροισμα των δύο ψηφίων σε κάθε κατακόρυφη ακμή μπορεί να είναι 9.

Τα πιθανά ζεύγη των δύο ψηφίων που δίνουν άθροισμα 9 είναι (1,8), (2,7), (3,6), (4,5).



Έτσι σε κάθε παράπλευρη έδρα το άθροισμα των ψηφίων που βρίσκονται στις κορυφές της θα είναι 18.

Απομένουν δύο έδρες, η πάνω και η κάτω.

Για την πάνω έδρα επιλέγω 4 ψηφία, ένα ψηφίο από κάθε ζεύγος (1,8), (2,7), (3,6), (4,5) ώστε το άθροισμα τους να είναι 18. Αν επιλέξουμε τα ψηφία 1,4,6,7 τότε για τις κορυφές της κάτω έδρας θα πάρουμε τα ψηφία τα υπόλοιπα ψηφία δηλαδή 8,5,3,2.

Επομένως το ψηφίο που δεν θα χρησιμοποιηθεί είναι το 9.

