



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2018

Στ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 27/10/2018

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

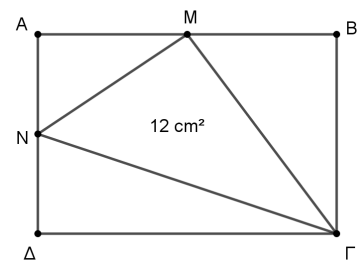
$$\frac{10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 290 + 300}{30 + 60 + 90 + 120 + \dots + 870 + 900}$$

Προτεινόμενη Λύση

$$\begin{aligned} \frac{10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 290 + 300}{30 + 60 + 90 + 120 + \dots + 870 + 900} &= \frac{10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 290 + 300}{3 \cdot 10 + 3 \cdot 20 + 3 \cdot 30 + 3 \cdot 40 + \dots + 3 \cdot 290 + 3 \cdot 300} \\ &= \frac{1 \cdot (10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 290 + 300)}{3 \cdot (10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 290 + 300)} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Πρόβλημα 2

Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο, το Μ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ και το Ν είναι το μέσο της πλευράς ΑΔ. Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΜΝΓ είναι ίσο με 12 cm^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του ορθογωνίου.



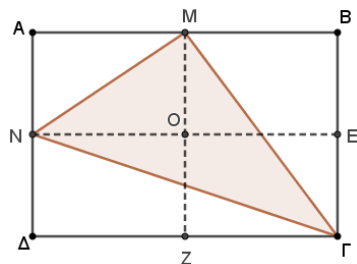
Προτεινόμενη Λύση

Χωρίζουμε το ορθογώνιο ΑΒΓΔ σε 4 πιο μικρά ίσα ορθογώνια όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Θα υπολογίσουμε τι μέρος του ορθογωνίου είναι τα άσπρα τρίγωνα μέσα στο ορθογώνιο.

$$E_{AMN} = \frac{1}{2} E_{AMON} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} E_{AB\Gamma\Delta} = \frac{1}{8} E_{AB\Gamma\Delta}$$

$$E_{\Delta GN} = \frac{1}{2} E_{\Delta GEN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} E_{AB\Gamma\Delta} = \frac{1}{4} E_{AB\Gamma\Delta}$$

$$E_{BGM} = \frac{1}{2} E_{BGMZ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} E_{AB\Gamma\Delta} = \frac{1}{4} E_{AB\Gamma\Delta}$$



$$E_{AMN} + E_{\Delta GN} + E_{BGM} = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) E_{AB\Gamma\Delta} = \frac{5}{8} E_{AB\Gamma\Delta}.$$

Άρα το εμβαδόν του τριγώνου ΜΝΓ θα είναι ίσο με $\frac{3}{8} E_{AB\Gamma\Delta}$ και επομένως:

$$\frac{3}{8} E_{AB\Gamma\Delta} = 12 \rightarrow \frac{1}{8} E_{AB\Gamma\Delta} = 12 : 3 = 4 \rightarrow E_{AB\Gamma\Delta} = 8 \cdot 4 = \mathbf{32 \text{ cm}^2}$$

Πρόβλημα 3

Το κάθε ένα από τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ και Η αντιπροσωπεύει και ένα διαφορετικό φυσικό αριθμό. Αν $A \times B \times \Gamma \times \Gamma = 77$, $B \times \Gamma \times \Delta \times \Delta \times E = 315$ και $\Delta \times Z \times Z \times H = 96$, να υπολογίσετε το γινόμενο $A \times E \times Z$.

Προτεινόμενη Λύση

Αναλύουμε πρώτα τους αριθμούς 77, 315 και 96 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$77 = 7 \times 11, 315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ και } 96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3.$$

Από την ισότητα $A \times B \times \Gamma \times \Gamma = 7 \times 11 \times 1 \times 1$ προκύπτει ότι:

$$A = 7, B = 11, \Gamma = 1 \text{ ή } A = 11, B = 7, \Gamma = 1. \quad \mathbf{(1)}$$

Από την ισότητα $B \times \Gamma \times \Delta \times \Delta \times E = 1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ και σε συνδυασμό με την **(1)** παίρνουμε ότι $B = 7, A = 11$ και ακολούθως $\Delta = 3$ και $E = 5$.

$$\text{Τέλος από την ισότητα } \Delta \times Z \times Z \times H = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 3 \times 4 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 2 \times 8$$

βρίσκουμε ότι $Z = 4$ και $H = 2$ ή $Z = 2$ και $H = 8$

Από τα πιο πάνω υπολογίζουμε:

$$A \times E \times Z = 11 \times 5 \times 4 = \mathbf{220} \text{ ή } A \times E \times Z = 11 \times 5 \times 2 = \mathbf{110}$$

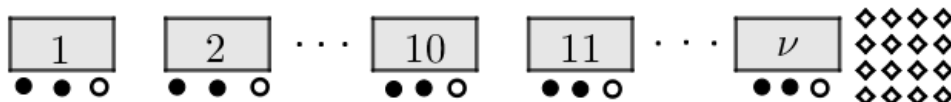
Πρόβλημα 4

Οι μαθητές της Στ τάξης ενός σχολείου βρίσκονται σε μια μεγάλη αίθουσα για να παρακολουθήσουν μια ομιλία. Η αίθουσα περιέχει θρανία και σε κάθε θρανίο υπάρχουν 3 καρέκλες. Αν σε κάθε θρανίο καθίσουν 2 μαθητές τότε 16 μαθητές μένουν όρθιοι, ενώ αν καθίσουν όλοι οι μαθητές τότε μένουν 10 καρέκλες άδειες. Να βρείτε πόσοι είναι οι μαθητές της Στ τάξης και πόσα θρανία υπάρχουν στην αίθουσα.

Προτεινόμενη Λύση

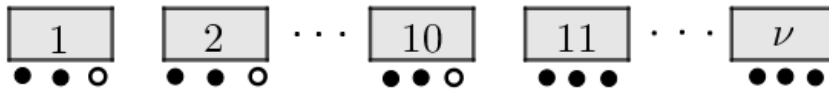
Από τα δεδομένα του προβλήματος προκύπτει ότι οι μαθητές μπορούν να καθίσουν με τους δύο πιο κάτω τρόπους των σχημάτων 1 και 2.

Σχήμα 1



- : Καρέκλα στην οποία κάθεται μαθητής
- : Άδεια καρέκλα
- ◇ : Όρθιος μαθητής

Σχήμα 2



Με την βοήθεια των δύο σχημάτων παρατηρούμε ότι όλοι οι όρθιοι μαθητές στο Σχήμα 1 μπορούν να καθίσουν στα τραπέζια 11, 12, 13, ..., ν . Άρα το πλήθος των τραπέζιων 11, 12, 13, ..., ν είναι ίσο με 16 και ως εκ τούτου το πλήθος όλων των τραπέζιων είναι ίσο με $10 + 16 = 26$ και το πλήθος των μαθητών $2 \times 26 + 16 = 68$