



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2021

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 13/11/2021 Ώρα Εξέτασης: 15 : 00 – 17 : 00

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1

Σε καθεμία από τις πιο κάτω ισότητες, να βρείτε ποιος ακέραιος από το 0 έως και το 9 πρέπει να αντιστοιχεί στα σύμβολα \otimes , \square , κ , ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$(\alpha) (\otimes + 3) \times (4 - \otimes) = 2 + \otimes \times 10$$

$$(\beta) \square \times \square + \frac{6}{\square} + \square \times 4 = \square + 20$$

$$(\gamma) \frac{2 \times \kappa}{\kappa + 1} + \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} = \frac{19}{\kappa + 1}$$

Προτεινόμενη Λύση

(α) Το σύμβολο \otimes αντιστοιχεί στον ακέραιο αριθμό 1, αφού:

$$(1 + 3) \times (4 - 1) = 4 \times 3 = 12 \quad \text{και} \quad 2 + 1 \times 10 = 2 + 10 = 12$$

(β) Το σύμβολο \square αντιστοιχεί στον ακέραιο αριθμό 3, αφού:

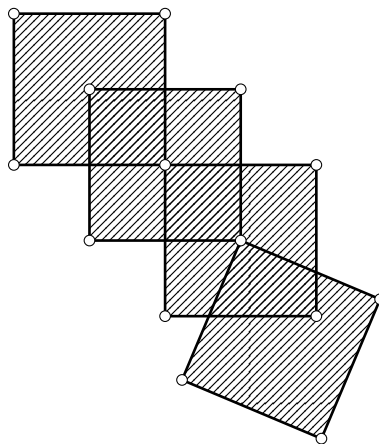
$$3 \times 3 + \frac{6}{3} + 3 \times 4 = 9 + 2 + 12 = 23 \quad \text{και} \quad 3 + 20 = 23$$

(γ) Το σύμβολο κ αντιστοιχεί στον ακέραιο αριθμό 5, αφού:

$$\frac{2 \times 5}{5 + 1} + \frac{5 + 1}{5 - 1} = \frac{10}{6} + \frac{6}{4} = \frac{6}{3} + \frac{3}{2} = \frac{12}{6} + \frac{9}{6} = \frac{19}{6} \quad \text{και} \quad \frac{19}{5 + 1} = \frac{19}{6}$$

Πρόβλημα 2

Στο πιο κάτω σχήμα, όλα τα τετράγωνα έχουν πλευρά μήκους 8 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Προτεινόμενη Λύση

Έχουμε τις πιο κάτω παρατηρήσεις:

- Το δεύτερο τετράγωνο καλύπτει το $\frac{1}{4}$ του πρώτου τετραγώνου.
- Το τρίτο τετράγωνο καλύπτει το $\frac{1}{4}$ του δεύτερου τετραγώνου.
- Το τέταρτο τετράγωνο καλύπτει το $\frac{1}{4}$ του τρίτου τετραγώνου.

Επομένως, η σκιασμένη επιφάνεια αποτελείται από:

$$4 \text{ τετράγωνα} - \frac{3}{4} \text{ του τετραγώνου} = \frac{13}{4} \text{ του τετραγώνου}$$

Δηλαδή:

$$E_{\text{σκιασμένης}} = \frac{13}{4} \times 64 = 208 \text{ cm}^2$$

Πρόβλημα 3

Να υπολογίσετε το άθροισμα όλων των τετραψήφιων αριθμών ΑΒΓΔ, των οποίων το ψηφίο των χιλιάδων είναι τριπλάσιο από το ψηφίο των δεκάδων και το ψηφίο των εκατοντάδων είναι τετραπλάσιο από το ψηφίο των μονάδων.

Προτεινόμενη Λύση

Έχουμε τις πιο κάτω παρατηρήσεις:

- Το ψηφίο των χιλιάδων μπορεί να είναι ένα από τα ψηφία 3, 6, 9.
- Το ψηφίο των εκατοντάδων μπορεί να είναι ένα από τα ψηφία 0, 4, 8.
- Το ψηφίο των δεκάδων μπορεί να είναι ένα από τα ψηφία 1, 2, 3.
- Το ψηφίο των μονάδων μπορεί να είναι ένα από τα ψηφία 0, 1, 2.

Άρα, οι ζητούμενοι τετραψήφιοι αριθμοί είναι οι 3010, 3411, 3812, 6020, 6421, 6822, 9030, 9431, 9832 και το άθροισμά τους είναι ίσο με:

$$3010 + 3411 + 3812 + 6020 + 6421 + 6822 + 9030 + 9431 + 9832 = 57789$$

Πρόβλημα 4

Στο πιο κάτω μαγικό τετράγωνο, κάθε στήλη, κάθε γραμμή και κάθε διαγώνιος αποτελείται από τρεις αριθμούς. Να βρείτε τους αριθμούς A, B, Γ, Δ, X και Υ, αν το άθροισμα των τριών αριθμών σε κάθε γραμμή, στήλη και διαγώνιο είναι το ίδιο.

A	16	20
2	X	Γ
B	Υ	Δ

Προτεινόμενη Λύση

Η 1^η γραμμή και η 1^η στήλη έχουν κοινό το A. Έτσι, $16 + 20 = B + 2$ και $B = 34$.

A	16	20
2	X	Γ
34	Υ	Δ

Η διαγώνιος 34, X, 20 και η 2^η στήλη έχουν κοινό το X. Έτσι, $16 + Υ = 34 + 20$ και $Υ = 38$.

A	16	20
2	X	Γ
34	38	Δ

Η 3^η γραμμή και η 3^η στήλη έχουν κοινό το Δ. Έτσι, $34 + 38 = 20 + Γ$ και $Γ = 52$.

A	16	20
2	X	52
34	38	Δ

Ακολούθως, έχουμε ότι:

- Η 1^η γραμμή και η διαγώνιος A, X, Δ έχουν κοινό το A. Άρα, $X + Δ = 36$.
- Η 3^η στήλη και η 2^η γραμμή έχουν κοινό το 52. Άρα $20 + Δ = X + 2$ και $18 + Δ = X$.

Από τις προηγούμενες δύο ισότητες, παίρνουμε ότι $18 + Δ + Δ = 36$. Επομένως, έχουμε διαδοχικά ότι $Δ = 9$, $X = 27$ και $A = 45$.

45	16	20
2	27	52
34	38	9