

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: Ε΄

Η ομάδα χορού

1. Σε μια ομάδα παραδοσιακών χορών συμμετέχουν 39 αγόρια και 23 κορίτσια. Κάθε εβδομάδα προστίθενται στην ομάδα 6 νέα αγόρια και 8 νέα κορίτσια. Μετά από ορισμένες εβδομάδες στην ομάδα θα υπάρχουν τόσα κορίτσια όσα και τα αγόρια. Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια θα έχει τότε η ομάδα;



Απάντηση 1 (με τη διαφορά): Η διαφορά από τα νέα αγόρια και κορίτσια που προστίθενται κάθε εβδομάδα είναι $8-6=2$. Η αρχική διαφορά μεταξύ αγοριών και κοριτσιών είναι $39-23=16$.

Επομένως αυτή η διαφορά των 16 μπορεί να καλυφτεί σε $16:2=8$ εβδομάδες

Δηλαδή σε 8 εβδομάδες θα έχουν προστεθεί $8 \times 6=48$ νέα αγόρια και όλα μαζί θα είναι $39+48=87$ αγόρια.

Τα κορίτσια σε 8 εβδομάδες θα είναι $8 \times 8=64$ νέα κορίτσια και όλα τα κορίτσια θα είναι $23+64=87$.

Απάντηση 2 (με δοκιμές):

Προσθέτουν κάθε φορά στα 39 αγόρια 6 νέα αγόρια και στα 23 κορίτσια 8 νέα κορίτσια μέχρι οι δύο αριθμοί να γίνουν ίσοι.

Μετά από μια εβδομάδα τα αγόρια θα είναι $39+6=43$ και τα κορίτσια $23+8=31$

Μετά από δύο εβδομάδες τα αγόρια θα είναι $43+6=49$ και τα κορίτσια $31+8=39$

Μετά από τρεις εβδομάδες τα αγόρια θα είναι $49+6=55$ και τα κορίτσια $39+8=47$

.....
Μετά από οκτώ εβδομάδες τα αγόρια θα είναι $81+6=87$ και τα κορίτσια $79+8=87$

Βαθμολογία:

Η σωστή απάντηση στο πρόβλημα βαθμολογείται με 3 βαθμούς.

Αν κάποιος έλυσε σωστά ένα μέρος του προβλήματος παίρνει κάποιους βαθμούς αναλογικά.

Τα πόδια



2. Μία μύγα έχει 6 πόδια. Μία αράχνη έχει 8 πόδια. Μαζί 2 μύγες και 3 αράχνες έχουν τόσα πόδια όσα 10 πουλιά και κάποιες γάτες. Πόσες είναι οι γάτες;

Απάντηση: Μαζί 2 μύγες και 3 αράχνες έχουν $2 \times 6 = 12$ πόδια και $3 \times 8 = 24$ πόδια δηλαδή $12 + 24 = 36$ πόδια.

Τα 10 πουλιά έχουν $2 \times 10 = 20$ πόδια. Τα πουλιά και οι γάτες μαζί έχουν 36 πόδια συνολικά. Επειδή τα πόδια των πουλιών είναι 20, τα πόδια από τις γάτες θα είναι $36 - 20 = 16$ άρα οι γάτες θα είναι $16 : 4 = 4$.

Βαθμολογία:

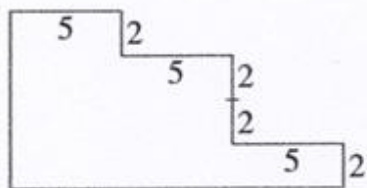
Η σωστή απάντηση στο πρόβλημα βαθμολογείται με 3 βαθμούς.

Αν κάποιος έλυσε σωστά ένα μέρος του προβλήματος παίρνει κάποιους βαθμούς αναλογικά.

Για παράδειγμα, αν κάποιος βρήκε μόνο πόσα πόδια έχουν οι μύγες και οι αράχνες παίρνει 1 βαθμό.

Η περίμετρος του οικοπέδου

3. Ποια είναι η περίμετρος του διπλανού σχήματος, στο οποίο οι γωνίες είναι όλες ορθές;



Απάντηση:

Για να βρούμε την περίμετρο θα αθροίσουμε τα μήκη των πλευρών. Η πλευρά που είναι σαν σκάλα έχει μήκος: $5 + 2 + 5 + 2 + 2 + 5 + 2 = 23$.

Η απέναντι από τη σκάλα πλευρά έχει μήκος ίσο με τα κάθετα μήκη της σκάλας, δηλαδή $2 + 2 + 2 = 8$.

Η οριζόντια πλευρά έχει μήκος ίσο με τα οριζόντια μήκη της σκάλας, δηλαδή $5+5+5= 15$.

Άρα η περίμετρος του σχήματος είναι $23+8+15=46$

Βαθμολογία:

Η σωστή απάντηση στο πρόβλημα βαθμολογείται με 2 βαθμούς.

Αν κάποιος έλυσε σωστά ένα μέρος του προβλήματος παίρνει κάποιους βαθμούς αναλογικά.



Η πίτσα

4. Η Μαρία έχει μια πίτσα αγνώστου μεγέθους, από την οποία τρώει τα $4/6$.

Ο Ανδρέας έχει μια πίτσα αγνώστου μεγέθους, από την οποία τρώει τα $5/6$.

Η Μαρία τρώει περισσότερη πίτσα από τον Ανδρέα. Μπορείτε να εξηγήσετε πώς είναι δυνατόν να συμβαίνει αυτό;

Απάντηση:

Επειδή η πίτσα των παιδιών είναι αγνώστου μεγέθους, η πίτσα της Μαρίας θα είναι μεγαλύτερη από την πίτσα του Ανδρέα.

Αν και το κλάσμα $4/6$ είναι μικρότερο από το κλάσμα $5/6$ η Μαρία τρώει περισσότερη πίτσα, γιατί παίρνει $4/6$ από μια μεγάλη πίτσα ενώ ο Ανδρέας παίρνει $5/6$ από μια μικρή πίτσα.

Το σημαντικό εδώ όπως αναφέρουμε και στα σχόλια των προβλημάτων είναι ότι για να συγκρίνουμε κλάσματα μεταξύ τους πρέπει να προέρχονται από το ίδιο όλο.

Βαθμολογία:

Η σωστή απάντηση στο πρόβλημα βαθμολογείται με 1 βαθμό.



Η χωριάτικη πίτα

5. Στο μαγαζί «Η χωριάτικη πίτα», ένα τετράγωνο ταψί πίτα κοστίζει 12 €. Από ένα ταψί, στο οποίο έμειναν τα $\frac{3}{4}$ της πίτας, η Δανάη αγόρασε τα $\frac{2}{3}$ της πίτας. Ποιο κλάσμα της αρχικής πίτας αγόρασε η Δανάη; Πόσα χρήματα πλήρωσε; Σχεδιάζω ένα σχήμα για να δείξω τη λύση.

Απάντηση 1

Αν πάρω τα $\frac{2}{3}$ από τα $\frac{3}{4}$ που έμειναν θα έχω $\frac{2}{4}$ ή $\frac{1}{2}$ της αρχικής πίτας. Αυτό αντιστοιχεί στην πράξη $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$ ή το αποτέλεσμα αυτό μπορεί κάποιος να το δει από το σχήμα που θα σχεδιάσει χωρίς να το αντιστοιχίσει στον πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

Άρα η Δανάη θα πλήρωσε το $\frac{1}{2} \times 12\text{€}$ ή το μισό του 12€ που είναι 6 €.

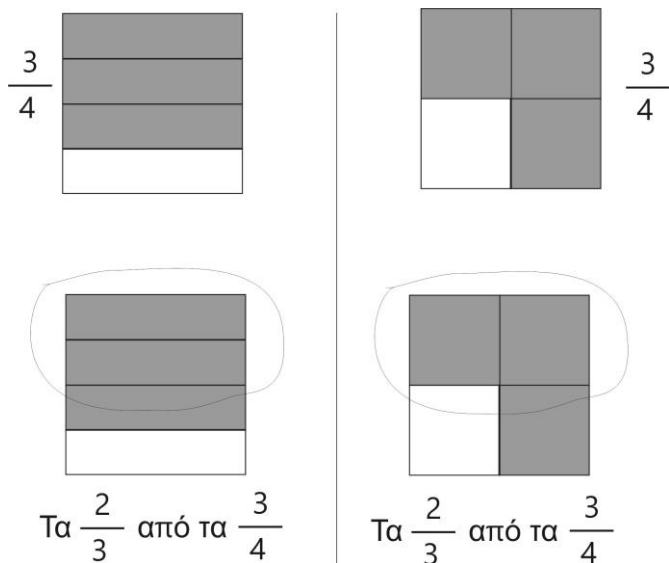
Απάντηση 2 (για τα χρήματα που πλήρωσε)

Στη λύση αυτή κάποιος μπορεί να υπολογίσει τα $\frac{3}{4}$ των 12 €, δηλαδή $\frac{3}{4} \times 12\text{€} = \frac{36}{4} = 9\text{€}$.

Στη συνέχεια υπολογίζει τα $\frac{2}{3}$ των 9€ που είναι $\frac{2}{3} \times 9\text{€} = \frac{18}{3} = 6\text{€}$.

Σχεδιάζω ένα σχήμα για να δείξω τη λύση.

Δύο πιθανά σχήματα είναι τα παρακάτω:



Βαθμολογία:

Η σωστή απάντηση στο πρόβλημα βαθμολογείται με 1 βαθμό.

Ποιο κλάσμα της αρχικής πίτας αγόρασε η Δανάη; 0,4 βαθμούς

Πόσα χρήματα πλήρωσε; 0,3 βαθμούς

Σχεδιάζω ένα σχήμα για να δείξω τη λύση. 0,3 βαθμούς